ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 MARS 1926.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 7 avril au lieu du lundi 5.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 26 mars 1926, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Jean Charcot** pour occuper, dans la Division des Académiciens libres, la place vacante par le décès de M. *E. Tisserand*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Jean Charcot** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le Professeur **Paul Mercanton**, de l'Université de Lausanne, qui assiste à la séance.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques formules relatives à la constante* C *d'Euler*. Note [1] de M. **Paul Appell**.

I. De la définition de C résulte la formule

$$C = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{h-1} - \log h + S(h), \qquad (1)$$

([1]) Séance du 22 mars 1926.

où h est un entier positif quelconque, $S(h)$ désignant une fonction de h qui tend vers zéro quand h croît indéfiniment. On peut exprimer $S(h)$ à l'aide de la fonction Ψ de Gauss (*Œuvres*, t. III).

On a en effet

$$\Psi(x+1)=\frac{1}{x+1}+\Psi(x),$$

d'où

$$\Psi(h-1)=1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{h-1}+\Psi(0).$$

Alors

$$C=\Psi(h-1)-\Psi(0)-\log h+S(h),$$

et comme $C=-\Psi(0)$:

$$S(h)=-\Psi(h-1)+\log h,$$

II. Des formules remarquables ont été données par M. Ser, sous forme de questions posées ([1]). M. Ser désigne par p_{n+1} le nombre rationnel

$$p_{n+1}=\int_0^1\frac{x(1-x)\ldots(n-1-x)}{1.2\ldots n}\,dx,$$

et il indique la formule

$$\log h+C-\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{h-1}\right)=(h-1)!\left[\frac{p_2}{h!}+\frac{1!\,p_3}{(h+1)!}+\frac{2!\,p_4}{(h+1)!}\right]=S(h),$$

qui devient une identité pour h infini. Cette formule donne $\Psi(h-1)$ en fonction de h : elle précise la valeur de $S(h)$. M. Ser exprime les nombres p_{n+1} en fonction des nombres de Bernoulli et il retrouve, entre autres, la formule

$$C=p_2+\frac{p_3}{2}+\frac{p_4}{3}+\ldots,$$

due à Fontana, professeur à l'Université de Pavie vers 1780, publiée par Mascheroni en 1790 et démontrée par Bessel en 1812. La bibliographie précise se trouve dans une Note de M. Giovanni Vacca ([2]).

III. Les formules de M. Ser se rattachent aux recherches de Cramer sur les factorielles dans le *Journal de Crelle*, et à celles de M. Nörlund sur les

([1]) *Intermédiaire des mathématiciens*, 2e série, 4, novembre-décembre 1925, p. 126-128.

([2]) *Rendiconti della reale Accademia nazionale dei Lincei, Classe di scienze fisiche matematiche e naturali*, 1, 6e série, séance du 28 février 1925, p. 206-210.

équations aux différences finies dans les *Acta mathematica*; dans une lettre qu'il m'écrit, M. Ser indique ses propres recherches sur ce sujet. Toutes les fois qu'une fonction $f(x)$ est développée en une série procédant suivant les polynomes $x(x-1), \ldots, (x-n+1)$ en prenant l'intégrale $\int_0^x f(x)\,dx$ on introduit les polynomes que M. Ser désigne par P_{n+1} et qui ont été considérés à un tout autre point de vue par Édouard Lucas ([1]). En mettant comme limite supérieure 1, on fait apparaître les nombres p_{n+1}.

Je compte développer cette Note dans un autre Recueil.

NAVIGATION. — *Expressions générales de la résistance*, R, *de l'eau à la translation des carènes, à toutes leurs vitesses possibles.* Note de M. **F.-E. Fournier**.

1. Ces expressions, entièrement nouvelles et très simples, permettraient à tout ingénieur de se rendre compte, au besoin, immédiatement, des valeurs de la résistance R, à prévoir, dans l'étude de ses avant-projets, car elles sont entièrement conformes aux données expérimentales du *bassin des carènes* du service technique de nos constructions navales.

2. Elles s'appliquent, exclusivement, à des surfaces de carènes Σ, ne revêtant aucune partie cylindrique, et ayant, suivant l'usage, la largeur principale, l, de leur maître couple, de profondeur, p, sensiblement au milieu de la longueur, L, de leur plan de flottaison, perpendiculaire à leur étrave droite.

3. La résistance, R_1, de l'eau à la translation, de vitesse v, d'une carène de ce genre, de surface Σ, a pour expression générale, la formule

$$(1) \qquad R = 0{,}16\,\Sigma v^2 \psi\left(\frac{v}{w}\right),$$

où la constante numérique, 0,16, se rapporte au *fer neuf*, *fraîchement peint* de la carène.

4. Quant au facteur, $\psi\left(\frac{v}{w}\right)$, c'est une fonction du rapport de la vitesse v du navire, à sa valeur critique w, caractéristique des formes de sa carène,

---

([1]) *Bulletin de la Société mathématique de France*, **11**, 1882-1883, p. 69-71.

se calculant au moyen de la formule d'interpolation,

$$(2)\qquad \frac{w}{\sqrt{L}} = 0,756 - 1,404\left(\frac{l^2}{Lp}\right) + 8,2\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^2 - 10,338\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^3.$$

Cette fonction, $\psi\left(\frac{v}{w}\right)$, est la mesure des modifications qu'apportent au cours moyen continu, $R_0 = 0,16\Sigma v^2$, de la résistance, R, les réactions, sur la surface Σ, du profit ondulatoire de la haute satellite du navire.

5. D'autre part, la surface Σ peut être calculée, au besoin, en la déduisant de la surface plane, σ, de sa projection latérale sur son plan vertical de translation et de dérive, par la formule d'interpolation

$$(3)\qquad \frac{\Sigma}{\sigma} = 1 + 5,475\left(\frac{l^2}{Lp}\right) - 15,01\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^2 + 12,82\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^3 + 4,695\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^4.$$

6. L'ensemble de ces carènes se divise en deux catégories bien distinctes, selon que le *demi-angle d'attaque* de leur *proue convexe*, à l'extrémité de ses *lignes d'eau*, sur la hauteur de l'étrave, y atteint une *valeur moyenne* i *plus grande*, ou *moindre* qu'une limite critique $i_0 = 10°36'$ qui leur est commune.

7. *Sur toutes les carènes, où* $(i > i_0)$, la fonction $\psi\left(\frac{v}{w}\right)$ est

$$(4)\qquad \psi\left(\frac{v}{w}\right) = 1 - a\left(\frac{v}{w}\right)^n\left(1 - \frac{v}{w}\right) \quad \text{quand} \quad v < w,$$

et

$$(5)\qquad \psi_1\left(\frac{v}{w}\right) = 1 + a\left(\frac{v}{w}\right)^n\left(\frac{v}{w} - 1\right) \quad \text{quand} \quad v > w.$$

La *première* passe par un *minimum*, à la vitesse v_m liée à w par le rapport $\frac{v_m}{w} = \frac{n}{n+1}$; et la *seconde* croît indéfiniment vers ∞, en même temps que v. Dans ces expressions, $a = 3\left(\frac{w}{10}\right)^{1,4}$ et $n = 2\left(\frac{w}{10}\right)^{1,77}$.

8. *Sur les carènes, où* $(i < i_0)$, la fonction $\psi\left(\frac{v}{w}\right)$ revêt, quand $v < w$, sa forme la plus simple

$$(6)\qquad \psi\left(\frac{v}{w}\right) = 1 - 2,64\sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}\cdot\left[\frac{v}{w}\left(1 - \frac{v}{w}\right)\right],$$

dans son cours moyen, où il subit une seule oscillation sensible, mais très petite, même à son maximum, quand le *second sommet* des ondes d'oscillation de la houle satellite passe sur le contour du maître-couple; le *minimum*

de l'expression (6) a lieu, à la vitesse v_m liée à w par le rapport

$$\frac{v_m}{w} = \sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}.$$

Mais lorsque $v > w$, la fonction $\psi\left(\frac{v}{w}\right)$ prend une forme toute différente :

$$(7) \qquad \psi_1\left(\frac{v}{w}\right) = 1 + \left[\frac{\left(\dfrac{\frac{v}{w} - 1}{\frac{v'_m}{w} - 1}\right)}{1 + \left(\dfrac{\frac{v}{w} - 1}{\frac{v'_m}{w} - 1}\right)^{6,11\sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

En fonction de la vitesse v'_m, à laquelle elle devient *maximum* et qui est liée à w par le rapport

$$\frac{v'_m}{w} = \frac{1}{\sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}}.$$

Dans ce cas, après avoir franchi ce maximum, elle diminue indéfiniment, tant que v croît vers l'infini, en tendant vers sa limite asymptotique $\psi_1(\infty) = 1$.

9. Ce nouveau régime des variations de la fonction $\psi_1\left(\frac{v}{w}\right)$ est dû à *l'inclinaison*, sur l'horizon, dont j'ai reconnu l'expression,

$$(8) \qquad \theta = \frac{i_0\sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}}{1 + 4\frac{l}{L}\left(\frac{29L}{\sqrt{v^4 - w^4}}\right)^{\frac{l}{L}}},$$

que le profil ondulatoire de la houle satellite, spéciale à ces carènes, où $(i < i_0)$, imprime à leur plan de flottaison, par ses réactions sur la surface Σ, à partir seulement de leur vitesse caractéristique, w, et qui, en faisant émerger leur *proue*, tant que cette inclinaison augmente, détermine un soulèvement correspondant de la carène, diminuant sa profondeur moyenne d'immersion et, en conséquence, *l'accroissement relatif* de la résistance R de l'eau à sa translation.

10. *Remarque.* — Il ressort nettement des formules (7) et (8), celle-ci

tendant vers sa limite asymptotique $\theta_\infty = i_0\sqrt{\frac{i}{i_0}\left(1 - \frac{i}{i_0}\right)}$, à mesure que v croît vers l'infini, que les *conditions de moindre résistance de l'eau à la translation des carènes*, où $(i < i_0)$, se trouveraient réalisées sur celle où l'on pourrait réduire sa valeur de i, à sa limite *optima* $i_m = \frac{1}{2}i_0 = 5°18'$.

RADIOACTIVITÉ ET PHYSIQUE DU GLOBE. — *La Lune est-elle radioactive?* Note de M. M. Brillouin.

1. De quelque façon qu'on imagine la formation de la Terre et de la Lune, il est impossible de douter de leur étroite parenté. La faible densité (3,3) de la Lune impose l'idée qu'elle est formée des mêmes matériaux que la lithosphère terrestre.

Or il a été établi que, sur la terre, les roches de la lithosphère contiennent des quantités électriquement et thermiquement très appréciables d'*uranium*, *de thorium* et de leurs dérivés radioactifs. On doit donc supposer que la masse presque entière de la Lune, vraisemblablement de même âge que la lithosphère, a contenu à l'origine et contient encore les mêmes matériaux radioactifs, à peu près dans les mêmes proportions. Peut-être, toutefois, l'évolution de ces matériaux a-t-elle pu subir quelque influence résultant soit du rayonnement solaire, soit de la basse température superficielle, vu l'absence d'atmosphère lunaire.

2. D'autre part, si cette radioactivité subsiste, il n'est pas absurde de supposer, en raison de l'absence d'absorption de ces radiations à la surface même de la Lune, qu'une petite portion atteint la limite supérieure extrême de l'atmosphère terrestre, et y produit les phénomènes d'ionisation appréciables. Il est possible aussi que l'accès direct, sans absorption lunaire, de toutes les radiations émises par le Soleil, rende les émissions radioactives différentes par la surface éclairée et par la surface obscure de la Lune. Dans ce cas, une certaine périodicité lunaire des phénomènes électriques de la haute atmosphère terrestre deviendrait possible. La lune, alors, exercerait probablement une influence appréciable sur les phénomènes si complexes de la propagation des ondes hertziennes. Peut-être des changements d'ionisation, *ne s'étendant qu'à l'hémisphère terrestre éclairé par la Lune*, auraient-ils une répercussion appréciable sur les phénomènes d'électricité atmosphérique des régions basses de l'atmosphère terrestre; peut-

être aussi sur la partie des variations du magnétisme terrestre due aux causes extérieures, qu'il faudrait d'abord mettre en évidence par la méthode de calcul de Gauss.

Enfin si les ionisations produites dans la haute atmosphère correspondent à un changement des propriétés absorbantes pour la lumière, peut-être observerait-on des différences spectroscopiques dans l'absorption atmosphérique exercée sur le rayonnement d'une même étoile avant et après le lever ou le coucher de la Lune, si l'on trouvait le moyen d'organiser correctement ces observations.

3. Pour préciser ce qu'on pourra chercher utilement par des observations de Physique du globe, on pourrait s'aider d'observations de laboratoire, toujours utiles même si elles montraient l'impossibilité de l'action lunaire imaginée ici.

La surface de la Lune est, en effet, selon toute vraisemblance, constituée par les silicates les plus légers et les plus fusibles de la lithosphère, — surtout par ceux qui sont plus denses à l'état fluide qu'à l'état solide, s'il y en a.

Dès lors, il y aurait intérêt à poursuivre toutes les études de radioactivité de tout genre sur les silicates exposés *dans le vide* à toutes les radiations de tout genre dans toute l'échelle des longueurs d'onde (des rayons X aux ondes de T. S. F.) dont on doit imaginer que le Soleil couvre la surface éclairée de notre satellite.

4. Je n'ai naturellement pas de réponse à toutes ces questions et suggestions.

Mais il me semble nécessaire d'avoir désormais présentes à l'esprit ces deux hypothèses :

I. *La Lune est probablement radioactive.*

II. *La radioactivité de la Lune exerce peut-être, sur la haute atmosphère de la Terre, une action, sensible surtout par une variation rapide au lever et au coucher de la Lune.*

HYGIÈNE. — *Détermination du degré de souillure de l'atmosphère.* Note (¹) de MM. D'ARSONVAL et F. BORDAS.

La pollution de l'air des grandes villes par les fumées préoccupe à juste titre tous les hygiénistes.

Les nombreux travaux publiés en Angleterre et aux États-Unis

(¹) Séance du 22 mars 1926.

démontrent la complexité du problème et les difficultés que l'on rencontre à le résoudre d'une façon satisfaisante.

Les nuages de fumée qui obscurcissent l'atmosphère de certains centres manufacturiers ne sont pas toujours produits par des particules de charbon en phase dispersée dans l'air, de même ces particules ne proviennent pas exclusivement de fumées plus ou moins épaisses rejetées par les cheminées.

De nombreux facteurs interviennent en dehors de la nature du combustible, de sa composition chimique, de son état de division pour produire ces fumées.

Le rejet, dans certains cas, de produits gazeux en présence de traces d'autres corps, favorise la formation de nuées plus ou moins denses suivant l'état du milieu extérieur.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de connaître avec assez d'exactitude le nombre de particules solides contenues dans un volume d'air et de déterminer ainsi son degré de transparence. Palmer, Anderson et Armspach, Aitken, Owen, etc.

Dans nos recherches sur la pollution atmosphérique, nous nous sommes servis de la Jauge d'Owen que nous avons modifiée afin d'éviter les erreurs dues au liège et aux joints en caoutchouc.

Cet appareil a l'avantage de fonctionner comme collecteur de poussières et comme pluviomètre.

L'eau recueillie dans un grand récipient en verre est analysée tous les mois (1).

Voici à titre d'exemple les résultats obtenus pendant le mois de février 1925 avec une jauge placée au centre de Paris (Terrasse du Palais-Royal).

Poussières totales = $0^{gr},910$ soit $12^{gr},871$ par mètre carré.

L'analyse chimique des produits provenant de la combustion du charbon a donné les résultats suivants :

	par mètre carré
	g
Carbone	2,659
Hydrocarbures	1,824
Acide sulfurique en SO^3	2,432
Chlore	0,253
Ammoniaque	0,021

Les accidents occasionnés par l'inhalation des produits de la combustion

(1) Les détails relatifs à la description de l'appareil et à la technique des opérations paraîtront dans une autre publication.

de la houille ont été décrits par de nombreux auteurs et en particulier par Acher, Niven, A. Gautier, Wainwright etc. Nous n'insisterons donc pas sur les désordres qui peuvent atteindre les muqueuses en général et l'arbre bronchique en particulier et préparer ainsi le terrain pour le développement ultérieur d'affections microbiennes des voies respiratoires.

Les habitants de certaines communes de la banlieue sont encore moins bien partagés que ceux du centre de Paris; c'est ainsi qu'à Vitry nous avons enregistré le chiffre élevé de $1^{k},592$ de poussières par mètre carré pendant le mois de février.

L'emploi de charbons porphyrisés riches en cendres (30 pour 100) est la cause de ces chutes abondantes de poussières impalpables qui pénètrent partout et obligent les habitants à ne vivre que les fenêtres fermées.

Enfin certains produits provenant de la distillation de la houille réagissent d'une façon curieuse sur les eaux des rivières purifiées par le chlore.

Les travaux d'Adams, de Race, Rideal, Harold, Houston, etc., ont montré qu'une partie du phénol pouvait développer dans un million de parties d'eau un goût d'iodoforme assez intense pour rendre le liquide absolument imbuvable.

Il y a dans l'atmosphère de Paris et dans sa banlieue Nord, à certaines périodes, assez de fumées et de produits phénoliques pour que les eaux de la Marne et de la Seine, stérilisées par le chlore, puissent acquérir le goût désagréable d'iodoforme.

Comme nous venons de le voir les fumées de nos usines, comme celles de nos foyers domestiques, peuvent agir directement sur la santé publique et indirectement sous les formes les plus variées et les plus imprévues.

Nous n'insisterons pas sur l'action destructive de ces nuées noires chargées de produits acides sur les pierres de nos monuments et les statues de nos jardins.

Mais nous dirons en terminant l'importance qu'il y aurait à étudier d'une façon systématique la pureté atmosphérique et les sédiments qui doivent se produire dans certaines régions, afin de déterminer les origines de ces brouillards bas qui diminuent la visibilité générale et qui, dans certains cas, cachent plus ou moins les points d'atterrissage de nos centres d'aviation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essai d'hydrogénation catalytique de l'oxyde d'éthylène.* Note [1] de MM. **Paul Sabatier** et **J.-F. Durand**.

On sait avec quelle facilité s'ouvre la chaîne de l'oxyde d'éthylène. Il paraissait donc probable, *a priori*, que ce corps fixerait de l'hydrogène, en présence du nickel réduit, et que cette fixation aurait lieu à température assez basse pour que soit évitée la complication résultant de l'isomérisation de l'oxyde d'éthylène en éthanal : on sait, en effet, que cette transformation ne commence que vers 400°. [2]

L'expérience n'a pas réalisé ces prévisions.

En entraînant, par un courant d'hydrogène pur et sec, de l'oxyde d'éthylène pur (Eb. 13°5) sur une traînée de nickel réduit disposée dans un tube chauffé sur une grille à gaz, une réaction a pris naissance dès 125°-150° ; cette température a été maintenue pendant toute la durée de l'expérience.

Des produits condensables ont été recueillis dans un mélange de glace et de sel (— 14°) ; le gaz non condensé n'était que de l'hydrogène ayant échappé à la réaction.

La distillation fractionnée du produit condensé a donné successivement :

1° 66 pour 100 d'un liquide très mobile (Éb. 20°,8), doué de l'odeur caractéristique de l'*éthanal;*

2° 8 pour 100 d'eau;

3° 19 pour 100 d'un liquide incolore, lacrymogène, possédant l'odeur extrêmement piquante de l'*aldéhyde crotonique* et bouillant à 104°. L'identification a été complétée par la transformation du produit, à l'aide d'oxyde d'argent, en acide crotonique, fondant à 72°;

4° Il restait dans le ballon 7 pour 100 environ d'un liquide huileux, jaune orangé, à odeur forte, paraissant renfermer surtout des *produits supérieurs de condensation de l'éthanal.*

En résumé, l'oxyde d'éthylène, passant avec de l'hydrogène sur le nickel réduit ne s'hydrogène pas, mais se transforme, dès 125°-150°, en éthanal, dont une partie donne aussitôt des produits de condensation.

Le nickel se comporte donc ici, jusqu'à un certain point, comme l'alumine, qui abaisse, on le sait [3], à 200° la température d'isomérisation de l'oxyde d'éthylène en éthanal.

---

[1] Séance du 22 mars 1926.

[2] Nef, *Annalen der Chemie*, 335, 1904, p. 201.

[3] Ipatiew et Leontowitsch, *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, 36, 1903, p. 2017.

M. Émile Picard dépose sur le bureau de l'Académie trois Mémoires ayant pour titres : *Sur quelques équations intégrales singulières; Sur un problème classique de la théorie de la chaleur et sur deux équations fonctionnelles qui s'y rattachent; Sur quelques intégrales se rencontrant dans l'étude de la propagation de l'électricité le long d'un câble.*

BOTANIQUE. — *Sur la végétation du Sud-Ouest marocain.* Note (¹) de M. R. Maire.

Nous avons étudié, en avril 1922 et 1925, au cours de missions qui nous ont été confiées par l'Institut scientifique chérifien, la flore et la végétation du Sous, des Haha, du versant sud du Grand Atlas et des premières pentes de l'Anti-Atlas. Les résultats de ces études seront exposés en détail dans un Mémoire en préparation; nous les résumons très brièvement ici.

Tout le pays étudié, sauf les montagnes élevées, appartient au secteur de l'Arganier tel qu'il a été défini par Braun-Blanquet et nous (²).

Les collines littorales des Haha, dans leur partie septentrionale, présentent à peu près la même végétation que les environs de Mogador; le climax y est constitué par l'Arganiaie typique, à sous-bois méditerranéen abondant, avec *Chamærops humilis*. Dans la partie méridionale le *Chamærops* a disparu; dans les clairières des Arganiaies s'installent des associations à *Euphorbia Beaumierana* Coss. et Hook, endémique cactiforme, et à *E. dendroides* L. L'association à *E. Beaumierana*, profitant de la destruction partielle de l'Arganiaie par l'homme, prend un développement considérable près d'Agadir-n-Ighir, où elle donne au paysage sa note dominante.

Les plantes succulentes (*Euphorbia Beaumierana*, *Senecio Anteuphorbium* L., *Caralluma Burchardii* N. E. Br. var. *maura* Maire, *Sedum nicæense* All.) y sont peu nombreuses, mais elles sont si abondantes, surtout les deux premières, qu'elles dominent nettement dans le tapis végétal, lui donnant un aspect qui n'a plus rien de méditerranéen, bien que l'analyse

(¹) Séance du 15 mars 1926.

(²) Braun-Blanquet et Maire, *Études sur la végétation et la flore marocaine* (*Mém. Soc. Sc. Nat. Maroc*, 8, 1924, p. 64).

floristique de l'association montre que la majorité des espèces qui la constituent est nettement méditerranéenne.

La plaine du Sous, peu arrosée, mais à climat relativement humide, serait, sans l'Arganier, comparable à la plaine du Haouz, c'est-à-dire que sa végétation climatique serait la brousse à *Zizyphus Lotus*. Mais l'adaptation admirable de l'Arganier au climat assure à cette plaine un climat forestier. Les Arganiaies ont certainement couvert à peu près complètement la plaine du Sous, et elles en couvrent encore une grande partie ; là où elles manquent, leur disparition est nettement due à leur destruction par l'homme.

Les Arganiaies de la plaine du Sous sont nettement différentes de celle que Braun-Blanquet et nous avons décrite dans la région de Mogador, et même de celles de la partie sud des collines des Haha. Ce sont des Arganio-Zizyphaies ; l'Arganier [*Argania spinosa* (L.) Maire] y est accompagné de l'*Acacia gummifera* Willd ordinairement abondant, et du *Zizyphus Lotus* L., très abondant, des *Withania frutescens* Pauqui, *Genista ferox* Poiret var. *microphylla* Ball, *Rhus pentaphylla* Desf., *R. oxyacantha* Cav., *Periploca lævigata* Ait., *Gymnosporia senegalensis* (Lamk) Loesener, *Ephedra altissima* Desf., *Asparagus altissimus* Munby, et d'assez nombreuses plantes herbacées.

Les rives des cours d'eau permanents (Oued Sous, Oued Massa et leurs affluents) étaient occupées par une ripisilve à *Populus alba* L. avec *Salix purpurea* L. ssp. *Helix* (L.), *Tamarix* sp., *Vitex Agnus-Castus* L., *Nerium Oleander* L., *Lonicera biflora* Desf., *Hedysarum membranaceum* Coss., *Pluchea ovalis* D. C., *Erianthus Ravennæ* (L.) P. B., etc.

Nous avons pu étudier le versant sud du Grand Atlas en trois points différents : 1° dans la vallée de l'Acif-n-Aït-Moussa, de l'Oued Issen (165^m) au Tizi-Machou (1540^m); 2° dans la vallée des Mentaga; 3° sur le versant sud du Tizi-n-Test (2200^m) et du Tizi-n-Ouichedden (2400^m).

En général la végétation se répartit très régulièrement sur le versant sud en trois étages bien distincts. A la base des montagnes, jusque vers 1000^m à 1400^m, suivant les expositions et la nature du sol, exceptionnellement jusqu'à 1500^m, la végétation climatique est constituée par des Arganiaies.

Ces Arganiaies s'arrêtent en général à la limite inférieure des plus basses neiges d'hiver, et sont remplacées jusque vers 1600^m-1700^m par des Callitriaies à *Callitris articulata* (Vahl) Murb., parfois mélangées de *Juniperus phœnicea* L. A sa limite supérieure la Callitriaie passe progressivement au *Quercetum Ilicis*, qui monte jusque vers 2400^m–2500^m. Le *Juniperetum thuriferae*, qui se développe de 2000^m à 3150^m dans certaines parties du

versant nord, nous a paru manquer dans les parties du versant sud que nous avons étudiées (versant sud de l'Ouichedden); il est vrai qu'il est très réduit sur la portion correspondante du versant nord.

Dans la haute vallée de l'Acif-n-Aït-Moussa, qui constitue une sorte de cuvette intérieure entourée de montagnes plus élevées, et relativement très sèche, des steppes d'alfa s'interposent entre les Arganiaies et les Callitriaies; mais ces steppes paraissent être, au moins en grande partie, anthropogènes.

Nous avons pu, d'autre part, aborder les premières pentes de l'Anti-Atlas au voisinage du littoral (à Aglou et au Djebel Inter) et dans l'intérieur au sud de Taroudant.

Au voisinage du littoral, la végétation climatique était primitivement représentée par des Arganiaies, fortement clairiérées sur les terrains rocheux. Ces Arganiaies ont été presque entièrement détruites par l'homme, et les associations des clairières couvrent actuellement la plus grande partie des montagnes, au moins jusque vers 900^{m} d'altitude. Cette végétation est constituée principalement par l'association à *Euphorbia Echinus* Coss. et Hook., vicariante de l'association à *E. Beaumierana* d'Agadir. Sur la Gada d'Aglou et à Tadouart, cette association présente un faciès remarquable à *Euphorbia dendroides* L.

Au sud de Taroudant, vers Adar ou Aman, les basses montagnes (400^{m}-700^{m}) sont couvertes d'Arganiaies assez bien conservées, avec d'assez nombreux *Acacia gummifera* Willd. et *Olea europæa* L., et un abondant sous-bois où domine *Laburnum platycarpum* Maire. Ces Arganiaies montent jusque vers 1400^{m}.

La flore du Sous est, dans son ensemble, nettement méditerranéenne, mais elle comprend un certain nombre de plantes tropicales, survivantes d'une flore ancienne, et quelques plantes sahariennes.

M. MARCEL BRILLOUIN fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *M. H.-A. Lorentz en France et en Belgique. Quelques souvenirs.*

M. EMM. DE MARGERIE fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *L'œuvre géographique de Franz Schrader.*

ÉLECTIONS.

Par 26 suffrages contre 6 à M. *G. Weiss*, 2 à M. *Cantacuzène*, 1 à M. *Abelous* et 1 bulletin blanc, M. **Émile Forgue** est élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie en remplacement de M. *Depage*, décédé.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Schwoerer** et **Pierre Weiss** sont désignés pour représenter l'Académie au centième anniversaire de la *Fondation de la Société industrielle de Mulhouse*, le 5 juin 1926.

CORRESPONDANCE.

M. **E. Mathias** et M. **Ch. Riquier** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places de Membres non résidants vacantes par le décès de MM. *Kilian* et *G. Gouy*.

M. **Jean Mascart** adresse un rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qu'il a reçue, en 1924, sur la *fondation Loutreuil*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les affinités des Cétacés*, par R. Anthony. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

2° *Mécanique analytique et Théorie des quanta*, par G. Juvet. (Présenté par M. J. Hadamard.)

3° *Siboga-Expeditie. Les Hydroïdes de l'expédition de Siboga*, par A. Billard. (Présenté par M. L. Joubin.)

4° *Torsion des arbres de transmission. Application industrielle de la théorie des équations intégrales linéaires*, par CHARLES PLATRIER. (Présenté par M. Mesnager.)

5° *Les problèmes agricoles, traités par des ingénieurs agronomes*. (Présenté par M. Lindet.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les valeurs exceptionnelles des dérivées successives des fonctions méromorphes*. Note de M. WALTER SAXER.

Dans ma Thèse [1] (Zurich, 1923) j'ai démontré entre autres les propositions de M. Pólya :

A. Si une fonction entière $g(x)$ et sa première dérivée $g'(x)$ possèdent une valeur exceptionnelle au sens de M. Picard, la valeur exceptionnelle de la dérivée est zéro.

B. Si la fonction supposée $g(x)$ et ses deux premières dérivées possèdent une valeur exceptionnelle au sens de M. Picard, la fonction $g(x)$ a la forme

$$g(x) = P(x)e^{Q(x)} + a,$$

Les fonctions $P(x)$ et $Q(x)$ sont des polynomes et a une constante.

z est nommée une valeur exceptionnelle de la fonction $f(x)$ au sens de M. Picard, si le nombre des zéros de la fonction $f(x) - z$ est fini.

En étudiant les Mémoires très récents de M. R. Nevanlinna concernant les fonctions entières et les fonctions méromorphes, j'ai trouvé une démonstration plus simple pour les propositions énoncées ci-dessus. En même temps, j'ai trouvé des résultats analogues pour les fonctions méromorphes que je vais expliquer dans ce qui suit.

A'. Si une fonction méromorphe $f(x)$ et sa première dérivée $f'(x)$ possèdent deux valeurs exceptionnelles au sens de M. Picard, les valeurs exceptionnelles de la dérivée sont o et ∞.

B'. Si la fonction méromorphe $f(x)$ et ses deux premières dérivées possèdent deux valeurs exceptionnelles au sens de M. Picard, la fonction $f(x)$ a la forme

$$f(x) = R(x)e^{Q(x)} + a,$$

$R(x)$ est une fonction rationnelle, $Q(x)$ un polynome et a une constante.

(1) W. SAXER, *Ueber die Picard'schen Ausnahmewerte sukzessiver Derivierten* (*Mathematische Zeitschrift*, 17, 1923, p. 1-22; voir p. 1).

Démonstration du théorème A'. — $f(x)$ étant une fonction méromorphe et non rationnelle pour $|x| \geqq 0$, désignons par $n(r, f)$ le nombre de ses pôles compris dans le domaine $0 < |x| < r$ et mettons $n(0, f) = 0$. Posons ensuite

$$N(r, f) = N(r, \infty) = \int_0^r \frac{n(t, f)}{t}\, dt,$$

et d'autre part, z désignant une valeur finie quelconque,

$$N\left(r, \frac{1}{f - z}\right) = N(r, z).$$

Soit $T(v, f)$ la fonction caractéristique de la fonction $f(x)$ au sens de M. R. Nevanlinna [1]. Si pour une valeur z on a

$$\lim_{r = \infty} \frac{N(r, z)}{T(o, f)} = 0,$$

en exceptant peut-être certains intervalles de longueur totale finie, j'appelle une telle valeur z valeur exceptionnelle de la classe N. Une valeur exceptionnelle au sens de M. Picard (de la classe P) est *a fortiori* une valeur exceptionnelle de la classe N. D'après M. Nevanlinna, une fonction méromorphe possède au plus deux valeurs exceptionnelles de la classe N.

A l'aide des résultats de M. Nevanlinna, on démontre facilement le lemme suivant : Si la fonction méromorphe $f(x)$ possède deux valeurs exceptionnelles de la classe P, la valeur zéro est une valeur exceptionnelle de la classe N pour la première dérivée $f'(x)$ de $f(x)$. En supposant deux valeurs exceptionnelles de la classe P pour $f(x)$ et $f'(x)$, une valeur exceptionnelle de $f'(x)$ doit donc être zéro. En appliquant une seconde fois ce lemme, on peut démontrer aisément l'impossibilité de l'existence d'une fonction $f(x)$ avec une valeur exceptionnelle finie de la classe P, dont la dérivée $f'(x)$ possède les deux valeurs exceptionnelles finies 0 et a de la classe P. Les deux valeurs exceptionnelles de la classe P de $f'(x)$, supposées dans le théorème A', doivent donc être 0 et ∞.

Démonstration du théorème B'. — D'après le théorème A', $f'(x)$ et $f''(x)$ possèdent les valeurs exceptionnelles 0 et ∞. Par conséquent :

$$f(x) = P(x)\, e^{\int^x \frac{P_1(x) e^{G(x)} - P'(x)}{P(x)} dx} + a, \qquad f'(x) = P(x)\, e^{G(x) + \int^x \frac{P_1(x) e^{G(x)} - P'(x)}{P(x)} dx},$$

$$f''(x) = \left[P_1'(x) + P_1(x) G'(x) + \frac{P_1(x)}{P(x)} [P_1(x) e^{G(x)} - P'(x)] \right] e^{G(x) + \int^x \frac{P(x) e^{G(x)} - P'(x)}{P(x)} dx}.$$

---

(1) R. NEVANLINNA, *Zur Theorie der meromorphen Funktionen* (*Acta mathematica*, 46 1925, p. 2-98, voir p. 16-20 et 51-77).

$P(x)$ et $P_1(x)$ sont des fonctions rationnelles, $G(x)$ est une fonction entière et a une constante.

Le nombre des zéros de la fonction

$$l(x) = P'_1(x) + P_1(x)G'(x) + \frac{P_1(x)}{P(x)}[P_1(x)e^{G(x)} - P'(x)]$$

doit être fini. La fonction

$$P'_1(x) + P'_1(x)G'(x) - \frac{P_1(x)}{P(x)}P'(x)$$

est seulement identiquement nulle, lorsque $\frac{P'_1(x)}{P_1(x)} = \frac{P'(x)}{P(x)}$ et $G'(x) = 0$.

Mais, si la fonction $G(x)$ n'est pas une constante, la fonction $l(x)$ possède d'après le théorème de M. Borel, précisé par M. R. Nevanlinna (¹), une infinité de zéros. $G(x)$ doit donc être une constante et le théorème B' est démontré.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines limites rattachées aux intégrales de Stieltjes.* Note de M. I. **Karamata**, présentée par M. Hadamard.

Considérons les expressions

$$\text{(1)} \qquad A_n(f) = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} \nu f(a_{\nu,n}) \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

où $f(x)$ est une fonction continue dans l'intervalle $[a, b]$ et

$$\text{(2)} \qquad a \leq a_{\nu,n} \leq b \qquad (\nu = 1, 2, \ldots n;\; n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Introduisons la fonction non décroissante dans $[a, b]$:

$$\text{(3)} \qquad \alpha(x) = \operatorname*{L}_{n=\infty} \frac{r_n(x)}{n},$$

en désignant par $r_n(x)$ le nombre des éléments $a_{r,n}$ ($\nu = 1, 2, 3, \ldots, n$) inférieurs ou égaux à x, et que nous appellerons *fonction de répartition* des éléments de la suite (2).

(¹) R. Nevanlinna, *Ueber den Picard-Borel'schen Satz in der Theorie der ganzen Funktionen* (*Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ*, 23, 1924, p. 1-37, voir p. 30).

Théorème. — *Pour que la limite*

$$A(f) = \lim_{n=\infty} A_n(f)$$

existe pour toutes les fonctions continues dans $[a, b]$, *il faut et il suffit que la fonction de répartition* $\alpha(x)$ *existe pour tous les* x *de* $[a, b]$ *excepté au plus un ensemble dénombrable* E. *Dans ce cas, on a*

$$A(f) = \int_a^b f(\xi)\, d[\alpha(\xi)]. \tag{4}$$

Il suffit, pour démontrer ce théorème, de considérer le cas où $f(x)$ est positive. Soit X_ν $(\nu = 0, 1, 2, \ldots, p)$ $(X_0 = a, X_p = b)$ des points de $[a, b]$ n'appartenant pas à l'ensemble E et $l_\nu(L_\nu)$ le minimum (maximum) de $f(x)$ dans $(x_\nu, h_{\nu m})$, de l'inégalité

$$\sum_1^p {}_\nu\, l_\nu[\alpha(x_\nu) - \alpha(x_{\nu-1})] \leq A(f) \leq \sum_1^p {}_\nu\, L_\nu[\alpha(x_\nu) - \alpha(x_{\nu-1})],$$

on conclut l'égalité (4), c'est-à-dire que l'existence de $\alpha(x)$ entraîne celle de $A(f)$. Pour démontrer la réciproque, il suffit de considérer la fonction particulière

$$\varphi_x(\xi) = \begin{cases} x - \xi & \text{pour} \quad a \leq \xi \leq x, \\ 0 & \text{»} \quad x < \xi \leq b. \end{cases}$$

Comme on a

$$A_n(\varphi_x) = \int_0^x \frac{r_n(\xi)}{n}\, d\xi$$

de l'existence (supposée) de $A(\varphi_x)$ et du fait que les fonctions $\frac{r_n(\xi)}{n}$ ne décroissent pas, résulte l'existence de (3), à un ensemble dénombrable près.

Remarquons encore que toute intégrale de Stieltjes, relative à une fonction non décroissante $\alpha(x)$ avec $\alpha(0) = 0$, peut être mise sous la forme

$$\int f(\xi)\, d[\alpha(\xi)] = \alpha(b) \lim_{n=\infty} \frac{1}{n} \sum_1^n {}_\nu\, f(a_{\nu,n}),$$

la suite $\{a_{\nu,n}\}$ ayant $\frac{\alpha(\xi)}{\alpha(b)}$ pour fonction de répartition.

Il résulte de cette remarque une démonstration simple du théorème bien connu de M. Hadamard, généralisé de la manière suivante :

THÉORÈME. — *La fonction*

$$F(z) = \sum_{0}^{\infty}{}^{\nu} a_\nu b_\nu z^\nu,$$

où

$$b_\nu = \int_0^1 \xi^\nu d[\alpha(\xi)]$$

est analytique dans l'étoile rectiligne de la fonction

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty}{}^{\nu} a_\nu z^\nu \qquad (|z| < 1),$$

$\alpha(\xi)$ *étant une fonction à variation bornée.*

Il suffit de démontrer ce théorème pour $\alpha(\xi)$ non décroissant et $\alpha(0) = 0$, $\alpha(1) = 1$. Soit $\{a_{\nu,n}\}$ une suite ayant $\alpha(x)$ pour fonction de répartition, on peut poser

$$F(z) = \int_0^1 f(\xi z)\, d[\alpha(\xi)] = \operatorname*{L}_{n \to \infty} F_n(z),$$

avec

$$F_n(z) = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n}{}^{\nu} f(a_{\nu,n} z).$$

Les fonctions $F_n(z)$ étant analytiques et bornées dans leur ensemble pour tout z intérieur à l'étoile de $f(z)$, il résulte de la convergence de cette suite, qu'elle y converge uniformément et y représente une fonction analytique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les procédés de sommation des séries divergentes* [1]. Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

1. Considérons une série divergente, pour laquelle les sommes successives soient bornées, et une formule de sommation du type

$$(1) \qquad S = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{m_n} (\mu_1 S_1 + \mu_2 S_2 + \ldots + \mu_n S_n),$$

[1] Ces remarques ont été exposées le 5 février 1926 au séminaire de M. Hadamard au Collège de France, et sont développées dans un Mémoire, qui paraîtra dans un autre Recueil.

où les μ_n sont des coefficients positifs, et où les sommes

$$m_n = \mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n$$

croissent plus lentement que n et assez régulièrement pour que le rapport $\frac{n\mu_n}{m_n}$ tende vers une limite (positive ou nulle). Nous dirons qu'une fonction $N = n + \varphi(n)$ définit un *intervalle de compensation* (n, N) pour la série considérée si la moyenne des sommes S_p d'indices compris dans cet intervalle, calculée en tenant compte des poids μ_p, tend vers S pour n infini. Cette notion est dans une certaine mesure indépendante des coefficients puisque, si par exemple l'intervalle est assez petit pour que $\frac{N}{n}$ tende vers l'unité, l'hypothèse de régularité faite à leur sujet fait que dans cet intervalle les coefficients sont presque égaux. C'est essentiellement une notion dépendant de la rapidité et de la régularité des oscillations des S_n. On démontre aisément que :

Théorème. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une série dont les sommes successives sont bornées soit sommable par la formule* (1) *est qu'on puisse définir* $\varphi(n)$ *de manière que l'intervalle* (n, N) *soit un intervalle de compensation, et que le rapport* $\frac{m_N}{m_n}$ *tende vers l'unité pour n infini.*

Si alors une série est sommable par la formule (1), elle l'est *a fortiori* si l'on remplace la suite des m_n par une autre suite de quantités m'_n qui croissent lentement et régulièrement avec m_n, c'est-à-dire d'une manière précise, telles que le rapport des accroissements de $\log m'_n$ et de $\log m_n$ tende vers une limite comprise entre 0 et 1 (inclus).

La puissance de la méthode n'est d'ailleurs effectivement augmentée que si cette limite est nulle. Ainsi le plus simple des procédés qui soient plus puissants que celui de Cesarò s'obtient en prenant $m_n = \log n$.

2. Au sujet de procédés de sommation qui ne sont pas du type (1), on a dans le même ordre d'idées les résultats suivants :

1° *Si une série où les* S_n *sont bornés n'est pas sommable par le premier procédé de Cesarò, elle ne l'est par aucun des procédés successifs de Cesarò.*

2° *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une série où les* S_n *sont bornés soit sommable par la méthode de M. Borel* (sommation exponentielle) *est qu'on puisse définir un intervalle de compensation* (n, N) *tel que* $\frac{N-n}{\sqrt{n}}$ *tende vers zéro.*

Cette condition est plus restrictive que la condition de sommabilité par

les moyennes de Cesarò. Pour une série où les S_n sont bornés, la méthode de M. Borel ne peut donc s'appliquer que si celle de Cesarò s'applique. D'une manière plus précise, elle équivaut exactement à l'application de la formule (1) où $m_n = e^{\sqrt{n}}$.

La démonstration de ces résultats se déduit aisément des suivants :

Si une variable x obéit à la loi de Gauss réduite, et si une fonction $f(x)$ mesurable et bornée est telle que la valeur probable de $f(x+a)$ ait une valeur c indépendante de a, $f(x)$ a la valeur constante c. Si une suite de fonctions $f_p(x)$ bornées dans leur ensemble et également continues est telle que la valeur probable de $f_p(x+a)$ tende vers c, $f_p(x)$ tend vers c, et cela uniformément dans tout intervalle fini. Sans la condition d'égale continuité, on peut encore affirmer que la valeur moyenne de $f_p(x)$ dans n'importe quel intervalle fini, si petit soit-il, tend vers c.

3. Tant au sujet des formules du type (1) que des formules de sommation plus générales utiles, lorsque les S_n ne sont pas bornés, la question se pose de définir des *conditions de régularité* telles que deux formules régulières ne soient jamais contradictoires. Ainsi le procédé de sommation obtenu en prenant $\mu_n = \sin^2\sqrt{n}$ est irrégulier. Il donne un poids trop grand à certaines valeurs de n; en particulier, appliqué à la série pour laquelle

$$S_n = \sin^2\sqrt{n},$$

il donne la valeur $\frac{3}{4}$, au lieu de 1.

Les procédés du type (1) seront réguliers si la suite des μ_n est *régulière* (mot dont il s'agit de préciser le sens).

Pour les procédés plus généraux, il s'agit de donner le poids voulu à tout ensemble E de valeurs de n. Le poids attribué à un tel ensemble est d'ailleurs bien défini comme somme de la série pour laquelle $S_n = 1$ ou 0 suivant que n appartient ou non à E, et il s'agit que ce poids, s'il est bien défini, soit égal à celui qu'on obtient par les procédés réguliers du type (1).

Si cette condition est vérifiée, on peut affirmer que le procédé de sommation considéré donne la même somme que les procédés réguliers du type (1) pour toute série où les S_n sont bornés. Cela résulte aisément de ce que chacun de ces procédés, tant au point de vue des conditions d'application que du résultat obtenu, équivaut exactement pour une telle série à l'application de la formule

$$S = \int_{-C}^{+C} s\,d\alpha(s), \tag{2}$$

où $\alpha(s)$ désigne le poids attribué à l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles $S_n < s$, et C un nombre plus grand que la plus grande des limites de $|S_n|$ pour n infini. Ainsi la formule de la moyenne de Cesarò équivaut exactement à l'application de la formule (2) si le poids d'un ensemble est défini comme limite de la fréquence des entiers appartenant à cet ensemble.

Observations de M. **Hadamard** *sur les deux Communications précédentes.*

Les ingénieuses idées de M. Karamata se rencontrent partiellement avec certaines de celles qu'émet d'autre part M. Paul Lévy. La manière si différente dont, d'autre part, les deux auteurs tirent parti du même point de départ montre la fécondité du nouvel ordre de considérations.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'intégration des suites de fonctions sommables.* Note de M. **Leonida Tonelli**, présentée par M. Émile Borel.

M. Kovanko vient de publier dans les *Comptes rendus* une Note où il a énoncé la proposition suivante :

Si la suite de fonctions sommables $f_1(x)$, $f_2(x)$, ... converge en mesure, dans (a, b), vers $f(x)$, et si

$$\lim_{n \to \infty} (L) \int_a^x f_n(\alpha)\, d\alpha$$

est une fonction qui possède toutes les propriétés caractéristiques de l'intégrale de Lebesgue ou de Denjoy, alors $f(x)$ est intégrable $\binom{L}{D}$ et

$$\lim_{n \to \infty} (L) \int_a^x f_n(\alpha)\, d\alpha = \binom{L}{D} \int_a^x f(\alpha)\, d\alpha;$$

et vice versa.

Cette proposition paraît être en contradiction avec l'exemple suivant, qu'on trouve dans le Mémoire de M. Vitali [1].

Soient $f_n(x) = n^2$ dans les intervalles

$$\left(\frac{r}{n}, \frac{r}{n} + \frac{1}{n^3}\right) \qquad [r = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)],$$

[1] *Sull'integrazione per serie* (*Rend. Circ. Matem. Palermo*, 23, 1907, p. 137).

et $f_n(x) = 0$ ailleurs dans $(0, 1)$. L'ensemble des points où $f_n \neq 0$ est de mesure $\frac{1}{n^2}$; donc l'ensemble des points où $f_n \neq 0$ pour au moins un $n \geq n_1$ est de mesure $< \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, c'est-à-dire, aussi petit que l'on veut. Par conséquent, la suite $f_1, f_2, \ldots$ converge presque partout dans $(0, 1)$, vers zéro. Or, si $E(x)$ est le plus grand des nombres entiers $\leq x$, nous avons

$$\frac{1}{n} E(nx) \leq \int_0^x f_n(\alpha)\, d\alpha \leq \frac{1}{n} \{E(nx) - 1\}.$$

La suite des intégrales $\int_0^x f_n(\alpha)\, d\alpha$ converge donc partout, dans $(0, 1)$, vers la fonction $\varphi(x) \equiv x$, qui est bien absolument continue. Mais l'on n'a pas

$$\lim_{n \to \infty} \int_0^x f_n(\alpha)\, d\alpha = \int_0^x \left(\lim_{n \to \infty} f_n\right) d\alpha.$$

Effectivement, le raisonnement fait par M. Kovanko, dans sa Note, ne paraît pas conduire à la proposition énoncée.

MÉCANIQUE. — *La loi adiabatique dynamique relative aux lignes élastiques.* Note de M. **Louis Roy**, présentée par M. L. Lecornu.

On sait que la relation supplémentaire, relative aux fluides mauvais conducteurs de la chaleur qui sont le siège d'une onde de choc, devient ce qu'on appelle la *loi adiabatique dynamique*. M. Jouguet, à qui est due la première généralisation de la formule d'Hugoniot, l'a récemment établie pour un milieu quelconque à trois dimensions dénué de viscosité [1]; nous nous proposons de rechercher cette même loi pour les lignes élastiques sans viscosité. S'il y a viscosité, nous avons vu, en effet, qu'aucune onde n'est susceptible de se propager [2].

Considérons donc une ligne élastique qui soit le siège d'une onde de choc persistante c'est-à-dire du premier ordre par rapport à x, y, z et aux cosinus directeurs α, β, ..., γ_2 du trièdre mobile (M). Le principe d'équi-

---

(1) E. Jouguet, *Notes sur la théorie de l'Élasticité* (*Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse*, 3e série, 12, 1921, p. 62).

(2) Voir nos précédentes Notes (*Comptes rendus*, 182, 1926, p. 569 et 684).

valence appliqué à une portion $\mu_1\,\mu_2$ de la ligne s'écrit

$$(1)\qquad d\mathcal{G}_e = \mathfrak{E}\,dQ + d\int(\mathcal{V} + \mathcal{W})\,dm,$$

$d\mathcal{G}_e$ désignant le travail élémentaire des forces extérieures, qui comprend celui des forces $\mathcal{R}$, $-\mathcal{R}$ et des couples $\mathcal{C}$, $-\mathcal{C}$ appliqués en μ_1, μ_2 et résultant des liaisons qu'exerçaient en μ_1 et μ_2 les parties de lignes supprimées $M_1\mu_1$ et μ_2M_2; dQ la quantité de chaleur dégagée par $\mu_1\mu_2$ pendant le temps dt; $(\mathcal{V}, \mathcal{W})\,dm$ les énergies interne et cinétique de l'élément de masse dm, et d la variation éprouvée pendant le temps dt.

Supposons que l'onde se propage dans le sens des arcs croissants et prenons μ_1, μ_2 de part et d'autre de l'arc $\widehat{MM'}$ balayé par l'onde pendant le temps dt, $\mu_1 M$ et $M'\mu_2$ étant pris de l'ordre de dt. Alors, les parties principales des termes extrêmes de (1) sont :

$$d\mathcal{G}_e = -dt\,\delta\,|\mathcal{R}_u U + \mathcal{C}_u \mathcal{P}|,$$
$$d\int(\mathcal{V} + \mathcal{W})\,dm = -\rho_0 \mathcal{V}_0\,dt\,\delta(\mathcal{V} + \mathcal{W}),$$

U, V, W désignant les composantes de la vitesse de M suivant les axes mobiles. Il en résulte pour dQ une expression de l'ordre de dt.

Mais, d'après la théorie de la conductibilité calorifique, dQ est de l'ordre de dt^2, puisque $K = 0$; ce qui exige qu'on ait

$$(2)\qquad \rho_0 \mathcal{V}_0\,\delta(\mathcal{V} + \mathcal{W}) - \delta\,|\mathcal{R}_u U + \mathcal{C}_u \mathcal{P}| = 0,$$

avec

$$2\mathcal{W} = |U^2 + A^2 \mathcal{P}^2|,$$

d'où

$$2\,\delta\mathcal{W} = |(U_1 + U_2)\,\delta U + A^2(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)\,\delta\mathcal{P}|.$$

Cela posé, si la ligne est à six paramètres, on a

$$\delta(U, V, W) = -\mathcal{V}_0\,\delta(\xi, \eta, \zeta),$$

de sorte qu'en tenant compte des six équations fondamentales, la relation (2) s'écrit indifféremment

$$(3)\qquad 2\rho_0^2 \mathcal{V}_0^2\,\delta\mathcal{V} - \delta\left|\mathcal{R}_u^2 + \left(\frac{\mathcal{C}_u}{A}\right)^2\right| = 0,$$

ou

$$(3')\qquad 2\rho_0\,\delta\mathcal{V} + |(\mathcal{R}_{u_1} + \mathcal{R}_{u_2})\,\delta\xi + (\mathcal{C}_{u_1} + \mathcal{C}_{u_2})\,\delta p| = 0.$$

Si la ligne est à quatre paramètres, on a

$$\delta U = -\vartheta_0 \delta \partial, \qquad \delta(V, W) = 0$$

et les équations précédentes deviennent

$$2\rho_0^2 \vartheta_0^2 \delta \mathcal{O} - \delta\left[\mathcal{R}_u^2 + \left|\left(\frac{\mathcal{C}_u}{A}\right)^2\right|\right] = 0, \tag{4}$$

ou

$$2\rho_0 \delta \mathcal{O} + (\mathcal{R}_{u_1} + \mathcal{R}_{u_2}) \delta \partial + |(\mathcal{C}_{u_1} + \mathcal{C}_{u_2}) \delta p| = 0. \tag{4'}$$

Les relations (3), (3′) et (4), (4′) expriment la loi adiabatique dynamique étendue aux lignes élastiques. Les formes (3) et (4) rappellent tout particulièrement l'une de celles données par M. Jouguet pour les milieux à trois dimensions.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'aérodynamique des moulins à vent.* Note [1] de M. Amans, présentée par M. Rateau.

Je désire appeler l'attention sur quelques points généralement peu étudiés par les constructeurs, ou négligés par les théoriciens : la signification du *gros bout* dans les profils et ses rapports avec le sens de la rotation, les mesures de la résistance aérienne en fonction de l'incidence β du bras de la pale sur l'équateur, du sens de torsion et de l'incidence i du vent sur l'équateur.

Dans mes expériences, l'axe du moulin et la direction du vent sont toujours dans le même plan vertical; l'axe du vent est immuable, et c'est l'équateur du moulin qui se déplace à des angles i variant de 0 à 90°. Le courant a une constance impeccable de 2,60 m/s environ; il est produit par un déplaceur d'air spécial [tel que ceux que j'ai décrits dans des Communications au Congrès international d'Aéronautique (Milan, 1906); *Congrès de l'A. F. A. S.* (Montpellier, 1922); *Recherches et Inventions* (mars 1923)], mû par un train d'engrenages à contrepoids et chariot régulateur de vitesse.

L'action du vent peut se décomposer en trois forces, deux horizontales : F_x parallèle à la direction du vent, ou *poussée axiale*, F_y perpendiculaire ou *dérive*, et la troisième F_z verticale. Je mesure ces composantes au

---

(1) Séance du 22 mars 1926.

moyen de deux balances, l'une pour F_z, l'autre pour F_x et F_y. Elles occupent une position immuable en dehors de la zone homogène, de manière que l'interaction soit réduite au minimum, et sensiblement la même pour toutes les positions du moulin.

I. Sur les épaisseurs et courbures des profils. — Dans un ovoïde, le gros bout correspond au maître-couple. Par analogie, dans un profil d'aile, où la ligne moyenne a des courbures analogues à celle du méridien d'ovoïde, je dirai que le gros bout correspond au point situé à la plus grande distance de la corde. Ne pas confondre la position de ce point avec celle d'épaisseur maximum, bien que l'on fasse en général coïncider ces deux positions.

a. Moulins à moment maximum de rotation. — J'ai toujours fait coïncider ces deux positions dans mes expériences sur les hélices propulsives aériennes, sur les déplaceurs d'air pour dessiccation, les anémomètres et les moulins à vent (hollandais, américain), mais en étudiant les moulins à vent, à axe vertical, à pales grifloïdes [dont j'ai parlé dans *Bull. Acad. Montp.*, en 1916, et plus tard au Congrès de l'Eau (Montpellier, 1923)], je n'obtiens pas de rendement supérieur en plaçant l'épaisseur maximum au $\frac{1}{5}$ antérieur, position de la flèche maximum. Il vaut mieux, pour des raisons de sécurité, mettre l'épaisseur maximum plus à l'Æ, vers la région moyenne du profil.

b. Moulins à poussée axiale maximum. — Il en est ainsi dans les graines d'érable, dans les voilures tournantes d'avion. Dans les graines d'érable, les deux positions coïncident et la pale tourne gros bout *N*; il en est de même pour les moulins, mais cependant nous verrons plus loin qu'il y a des cas où la poussée maximum correspond à une rotation en sens inverse, *à gros bout* Æ.

II. Incidences des bras et des profils dans les moulins a pales portantes. — Je désigne par β l'angle du bras de la pale avec l'équateur : $\beta = 0°$ lorsque l'extrémité distale est dans l'équateur; je dirai que β est positif si le bras est incliné en Æ (*proue convexe*), et que β est négatif, si le bras est incliné en *N* (*proue concave*).

Si δ est l'angle de la corde de profil distale mesurée aux $\frac{3}{4}$ du rayon, et α l'angle proximal mesuré au $\frac{1}{4}$ du rayon, je dirai que la *torsion* est *positive* (θ_+) si $\delta - \alpha > 0$, et *négative* (θ_-) si $\delta - \alpha < 0$.

Parmi les nombreuses variétés de pales expérimentées, je prends, pour illustrer le sens de rotation, une rémige digitale. Elle a les caractères fondamentaux d'une zooptère : *Proximum creux*, *distum plat*, *bras incurvé*, *profils hétérogones*. Je façonne la rémige de manière que je puis à volonté faire de la torsion positive ou négative sans modifier la courbure du bras.

Je monte quatre de ces pales sur un moyeu, et celui-ci sur l'arbre d'un compte-tours (n, nombre de tours à la seconde).

Aux tableaux des résistances de ces deux types de moulinets, j'ai joint celui d'un rectangle à profil plan-convexe 200×65^{mm}, à profil épais (16^{mm} au gros bout). La surface totale des quatre rémiges est 112^{cm^2}.

Je me suis borné aux chiffres donnés par la proue concave, parce que celle-ci donne un meilleur rendement.

$\theta_{-10°}$, $\delta = -4°$, $\beta = -10°$.				$\theta_{+8°}$, $\delta = -3°$, $\beta = -10°$.				Rectangle 200×65^{mm}.		
i.	F_z.	F_x.	n.	i.	F_z.	F_x.	n.		F_z.	F_x.
$-10°$	0	0,50		$-7°$				$-7°$	0	0,25
0	1,75	0,50			3,25	0,5	4		2,5	0,25
10	3	0,75	2,5		5,5	0,75	6		5,5	0,75
20	4	1,53	6		6,75	1,25	9		6	1,5
30	6	3,25	9		8,5	4	11		7	2,25
45	4,25	7,75	12		9	7	13		6	4,5
65	2,25	12,75	14		7	11	14,5		4	5,25
90		16,5	15			15,5	15		0,25	6,5
90 (1)		1,9	11		(2)	19	11			

Remarques. — 1° Aux faibles incidences, voisines de zéro, le moulinet θ_{+8} a une sustentation plus élevée que θ_{-10} et même que le rectangle.

La torsion positive serait donc indiquée pour les faibles incidences du vent.

2° Le maximum de poussée axiale est obtenu en faisant tourner la moulin *gros bout arrière*. Ce maximum demande une moindre variation d'incidence avec la torsion négative (δ passe de $-4°$ à $+4°$).

3° Il est le triple de la poussée sur le rectangle, bien que celui-ci ait une surface légèrement supérieure. Il est même plus grand que la poussée sur un disque plan de 24^{cm} de diamètre, dont F_x ne dépasse pas 16,5.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Recherches sur les phénomènes de lubrifaction au moyen de la spectrographie par les rayons X*. Note de M. **Jean-Jacques Trillat**, présentée par M. de Broglie.

On sait qu'un très grand nombre de substances organiques à longue chaîne, tels que les acides gras, les éthers, les alcools, les graisses, etc.,

(1) $\delta = +4°$.
(2) $\delta = +16°$.

sont susceptibles de donner lieu à de très bons spectres de réflexion des rayons X; les résultats acquis dans cette voie ont été signalés dans de précédentes Notes.

J'ai cherché à appliquer ces propriétés à l'étude des phénomènes de lubrifaction. Bragg avait en effet émis l'hypothèse que l'origine du graissage devait être recherchée dans la structure feuilletée que certaines substances peuvent acquérir par simple pression ([1]); il était intéressant de vérifier cette hypothèse en s'adressant à des graisses et à des mélanges divers employés pratiquement comme agents de lubrifaction.

Les substances étudiées (suifs, graisses blanches, graisses « consistantes », graisses à robinets etc.) présentent un aspect amorphe et possèdent une consistance pâteuse. Une petite quantité de ces produits est placée sur une lame de verre ou de métal, puis recouverte d'une autre lame de verre ou de métal à qui l'on imprime ensuite un mouvement de va-et-vient, en même temps qu'on presse les deux pièces l'une sur l'autre. Dans ces conditions, on constate que la résistance observée au début quand la graisse commence à s'étaler, diminue progressivement à mesure que la couche s'amincit et que la graisse s'étale. On sépare alors par glissement les deux lames qui se trouvent enduites d'une mince couche graisseuse; c'est cette préparation que l'on place sur le barillet du cristal tournant et que l'on radiographie (anticathode fer; 40000 volts, 8 à 12 milliampères).

Dans la plupart des produits essayés, on constate ainsi l'apparition de spectres d'orientation dont certains sont très intenses. La présence de ces spectres prouve d'une façon certaine que la couche graisseuse s'est stratifiée par suite du frottement des pièces l'une contre l'autre; dans certains cas, le simple étalement avec le doigt suffit à en provoquer l'apparition. Enfin, si l'on essaie d'amener la formation de cette structure par la chaleur, en fondant la graisse sur la lame et en laissant refroidir, on constate que la stratification ne se fait que très mal, ou pas du tout, ce qui se traduit par la disparition du spectre.

C'est donc par le jeu même des organes en mouvement que se produit la formation en feuillets. Si l'on introduit de la graisse dans un moyeu de roue par exemple, il se produit d'abord par la rotation de la roue un laminage qui a pour effet de faire passer la substance à cet état stratifié, par suite de l'orientation des molécules; c'est à ce stade que correspond la résistance qu'offrent au début de leur mouvement des pièces fraîchement graissées. Après quoi, la stratification s'opérant, les feuillets formés glissent les uns sur les autres à la manière de cartes à jouer.

([1]) Bragg, *Nature* 21, février 1925, p. 266.

Il est à noter que le principe de la méthode nécessite l'emploi de substances solides ou pâteuses, capables de conserver l'orientation qu'on leur impose. Dans le cas de composés liquides, l'agitation moléculaire rend difficile l'observation de couches stratifiées ; il est probable cependant qu'elles existent, comme dans les bulles de savon, et, en effet, nous avons pu le constater — bien que faiblement — dans certains cas.

Structure des couches de graisse. — Les essais que j'ai effectués sur des triglycérides ou des carbures saturés — qui sont les constituants principaux des graisses — ont permis de montrer, outre l'accroissement régulier de la distance réticulaire avec le nombre d'atomes de carbone, que les « feuillets » étaient bimoléculaires dans le premier cas (2 molécules se tournant le dos) et monomoléculaires dans le deuxième cas.

Les stratifications observées pour les graisses de graissage se produisent sur une épaisseur notable, car pour donner lieu à un phénomène de diffraction visible, il faut au moins 4 à 500 empilements ou feuillets. De plus, il est probable que les principaux constituants du produit donnent leur stratification propre, comme le montrent certains cas où l'on observe deux spectres.

Il paraît certain que l'orientation moléculaire, qui est à la base du phénomène, s'amorce à la surface du verre ou du métal, absolument comme dans le cas des acides gras fondus sur des métaux ; or j'ai montré antérieurement que cette orientation était favorisée par la présence de groupes actifs dans la molécule (acides gras saturés ou non, glycérides) (1) : on peut peut-être expliquer ainsi la raison d'être des mélanges de matières grasses d'origine animale ou d'acide gras (2) aux huiles minérales, les premiers de ces corps étant susceptibles de s'attacher au métal, en s'orientant, et par suite en présentant à l'extérieur une surface garnie de CH^3 sur laquelle les molécules d'hydrocarbures glissent très aisément.

Enfin il y a lieu de signaler que les phénomènes de stratification présentés par les graisses pressées offrent un intérêt analytique : il est possible d'avoir en effet des renseignements sur la composition de la substance, la présence de graisses d'origine animale ou minérale, par le calcul des distances réticulaires et l'examen de la répartition des intensités dans les spectres ; on peut également, en utilisant successivement des lames de verre ou de métal, déceler les constituants acides qui se manifestent par l'apparition d'un

---

(1) J.-J. Trillat, *Thèse de Doctorat*, Paris, mars 1926.

(2) P. Woog, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 772.

spectre nouveau sur lame métallique, et étudier enfin l'altération des surfaces graissées par ce procédé de radiométallographie extrêmement sensible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation de la glycérine.*

Note (1) de M. **Michel-O. Samsoen**, présentée par M. Henry Le Chatelier

Nous avons signalé (2) que la glycérine sous-refroidie présente, comme tous les corps à l'état amorphe, un changement de coefficient de dilatation au delà de — 62°.

Nous étions amené pour ces mesures à descendre très lentement et très progressivement le réservoir dilatométrique dans le mélange réfrigérant contenu dans un vase de Dewar. Pour éviter le bris de l'appareil, nous étions contraints de le laisser se réchauffer très lentement dans le bain en cessant de calorifuger l'ouverture du vase de Dewar.

Dans ces conditions, la cristallisation de notre glycérine s'est toujours amorcée spontanément, les centres de cristallisation commençant à apparaître et à se développer au réchauffement vers — 23°.

La cristallisation spontanée de la glycérine est restée une question assez mystérieuse depuis sa découverte accidentelle par Chevreul. Nous nous sommes donc efforcé d'en préciser les conditions.

Nous avons préparé nos échantillons de glycérine pure par la méthode recommandée par Manathattaï Pichu Iyer, Venkatarama Iyer et Francis Lawry Usher (3). L'air circulant sur la glycérine maintenue à 90° dans un vide de 2^{mm} était desséché par de la ponce sulfurique et par de l'anhydride phosphorique. Dans des opérations successives nous avons interverti l'ordre de ces passages. Nous avons également préparé des échantillons par simple distillation dans le vide. Dans tous ces cas nous avons vérifié la pureté de notre produit par la mesure des constantes physiques.

Dans tous les cas également nous avons opéré dans des dilatomètres à tige dont le réservoir avait une capacité comprise entre 20^{cm^3} et 30^{cm^3}; la tige était fermée à la lampe aussitôt après le remplissage. Ce remplissage étant fait avec de la glycérine à 90°, il était impossible qu'un germe subsistât dans l'appareil.

---

(1) Séance du 15 mars 1926.

(2) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 517.

(3) *J. Chemical Society*, **127**, 1925, p. 841.

Le nombre de centres de cristallisation observés a varié entre 2 et 15. Il a été impossible de faire apparaître le moindre centre tant que la température de refroidissement prolongé n'a pas été inférieure à — 40°. L'intervalle optimum de température est compris entre — 50° et — 55°.

Des traces de P^2O^5 augmentent le nombre de centres de cristallisation sans que l'on puisse affirmer que ce corps agisse en enlevant les dernières traces d'eau ou qu'il ait une action propre.

La présence d'une quantité d'eau inférieure à 0,5 pour 100 a empêché la formation d'un centre quelle que soit la durée de sous-refroidissement.

Nous avons mesuré les vitesses de cristallisation dans un tube de 1^{cm^2} de section. Cette vitesse est nulle au-dessous de — 25° et au-dessus de + 13°. Elle passe par un maximum à — 9°, soit $3^{mm},5$ à l'heure. Elle reste voisine de ce maximum de — 13° à + 5°, soit 3^{mm} à l'heure; à 0° cette vitesse est de $1^{mm},2$.

Nous avons enfin mesuré le point de fusion de cristaux de glycérine longuement essorés après broyage, nous l'avons trouvé égal à 18°,07.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Formules donnant la densité d'un fluide et le diamètre moléculaire.* Note de M. **John H. Shaxby**, présentée par M. Jean Perrin.

La densité d'un fluide est déterminée par un équilibre entre l'attraction moléculaire qui tend à une contraction plus grande et le mouvement thermique qui tend à une plus grande dispersion. J'ai développé dans ce sens une théorie dont voici les résultats principaux, avec vérifications.

L'équilibre des énergies potentielle et cinétique impose l'équation

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{V}{RT}}. \tag{1}$$

ρ étant la densité, V l'énergie potentielle moléculaire du fluide, ρ_0 la densité à l'état moléculaire le plus serré (énergie potentielle nulle).

V est elle-même fonction de ρ, et l'examen de la probabilité qu'une molécule subisse une déviation moindre qu'un maximum arbitraire montre, E_0 et B étant des quantités constantes pour un fluide donné,

$$V = E_0 - B\rho^{\frac{1}{3}}. \tag{2}$$

Si la température critique est T_c et la densité critique ρ_c, et si l'énergie

cinétique est égale à l'énergie potentielle à la température critique, on trouve

$$\rho^{\frac{1}{3}} - \alpha \mathrm{T} \log_e \rho_1^{\frac{1}{3}} = \rho_1^{\frac{1}{3}} - \alpha \mathrm{T} \log_e \rho_0^{\frac{1}{3}}, \tag{3}$$

ce qui se vérifie bien pour les liquides, et moins bien pour les vapeurs saturantes (Tableau I), α et $\rho_1^{\frac{1}{3}}$ étant aussi des quantités caractéristiques du fluide, telles que

$$\alpha = \frac{\rho_c^{\frac{1}{3}}}{\mathrm{T}_c} \quad \text{et} \quad \rho_1^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \rho_c^{\frac{1}{3}},$$

ce qui se vérifie (colonnes 1 et 2 du Tableau II). En outre,

$$\rho_0^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{1}{2}} \rho_c^{\frac{1}{3}}, \tag{4}$$

ce qui se vérifie (colonnes 3 et 4 du Tableau II).

Il s'ensuit que l'énergie moléculaire caractéristique E_0 est égale à $\frac{9}{2}\mathrm{RT}_c$, ou à trois fois l'énergie cinétique à la température critique, ce qui se vérifie (colonnes 5 et 6 du Tableau II).

Les équations (1) et (2) donnent $\mathrm{V}_2 - \mathrm{V}_1 = \mathrm{RT} \log_e \frac{\rho_1}{\rho_2}$, les indices 1 et 2 indiquant respectivement le liquide et la vapeur saturée. Mais $\mathrm{V}_2 - \mathrm{V}_1$ doit être intimement uni à la chaleur latente de vaporisation L, et cette quantité est sensiblement égale à $\mathrm{CRT} \log_e \frac{\rho_1}{\rho_2}$ (1), C étant une constante de 1,7 à 2,0 approximativement. De plus, J.-E. Mills (2) a montré en se servant de l'hypothèse des attractions moléculaires suivant la loi du carré inverse (qui est cependant impossible), que L est égal à $\mathrm{K}\left(\rho_1^{\frac{1}{2}} - \rho_2^{\frac{1}{3}}\right)$, K étant une constante. Cette expression est immédiatement déduite de l'équation (3), donc ne dépend en aucune façon d'une loi de force quelconque, mais résulte de la théorie cinétique.

Si M est le poids moléculaire, N le nombre d'Avogadro et σ le diamètre d'une molécule, on a $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}} = \rho_0 \sigma^3$, d'où par l'équation (4), $\sigma = e^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}\rho_c}\right)^{\frac{1}{3}}$. En partant de cette formule, on a calculé (Tableau III) les diamètres de

---

(1) Crompton, *Proc. Chem. Soc.*, 17, 1901, p. 61. — Dieterici, *Ann. der Physik*, 25, 1905, p. 169; 35, 1911, p. 220.

(2) Mills, *Jour. Physical Chemistry*, 6, 1902, p. 209.

diverses molécules; on a ajouté les valeurs déduites de la viscosité des gaz par la théorie cinétique (selon deux séries de données dans les Tableaux de Kaye et Laby). La correspondance est bonne, sauf pour l'hydrogène et l'hélium.

TABLEAU I.

Heptane $\left(\alpha = 2,60.10^{-3};\ \rho_1^{\frac{1}{3}} = 0,925;\ \rho_0^{\frac{1}{3}} = 1,016\right)$

Température.	$\rho_1^{\frac{1}{3}} - \alpha T \log \rho_0^{\frac{1}{3}}$.	$\rho^{\frac{1}{3}} - \alpha T \log \rho^{\frac{1}{3}}$ (liquide).	(vapeur).
80°	0,9182	0,9189	0,9523
120	0,9175	0,9176	0,9378
160	0,9167	0,9165	0,9309
200	0,9159	0,9163	0,9282
240	0,9152	0,9161	0,9224
260	0,9148	0,9149	0,9164
265	0,9147	0,9142	0,9144
266,9 (temp. crit.)	0,9147	0,9184	

TABLEAU II.

Substance.	$\rho_1^{\frac{1}{3}}$.	$\frac{3}{2}\rho_c^{\frac{1}{3}}$.	$\rho_0^{\frac{1}{3}}$.	$e^{\frac{1}{2}}\rho_c^{\frac{1}{3}}$.	E.	$\frac{9}{2}RT_c$.	V_c.	$\frac{3}{2}RT_c$.
Eau	1,039	1,036	1,142	1,139	23,52	22,85	7,89	7,95
Ammoniaque	0,941	0,927	1,055	1,020	15,40	15,19	5,28	5,06
Éther	0,962	0,960	1,065	1,055	17,20	17,47	5,75	5,80
Isopentane	0,910	0,925	1,002	1,016	17,18	17,24	5,46	5,75
Heptane	0,931	0,925	1,038	1,016	20,99	20,21	7,06	6,74
Diisopropyle	0,920	0,932	1,001	1,010	18,17	18,73	5,90	6.24

TABLEAU III.

Substance.	Diamètre moléculaire (10^{-8} cm) $e^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{M}{N\rho_c}\right)^{\frac{1}{3}}$.	par la viscosité (*a*).	(*b*).
Hydrogène	2,88	2,47	2,17
Hélium	2,82	2,18	1,92
Argon	3,03	3,36	2,66
Azote	3,21	3,50	2,95
Oxygène	3,01	3,39	2,71
Protoxyde d'azote	3,30	4,27	3,33
Oxyde de carbone	3,21	3,50	2,74
Acide carbonique	3,27	4,18	2,90

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la fabrication du verre de silice transparent.* Note de M. **Henri George**, présentée par M. Paul Janet.

La fabrication industrielle du verre de silice transparent présente de grandes difficultés en raison de la très haute température nécessaire (2000° environ) et de la viscosité considérable du verre à cette température. Cette viscosité est telle que les bulles de gaz qui se trouvent emprisonnées entre les grains de la charge ne peuvent remonter à la surface. On pourrait espérer remédier en partie à cet inconvénient en fondant de très gros morceaux de quartz, mais cela est impossible, car à 570° environ, le quartz subit une transformation allotropique accompagnée d'un brusque gonflement et, à cette température, quelles que soient les précautions prises pour le chauffage, les morceaux de quartz volent en éclats.

Le procédé le plus récent, mis en œuvre dans les laboratoires de la General Electric C° par M. E. Berry et ses collaborateurs, consiste à fondre du cristal de roche très pur et dépourvu d'inclusions gazeuses. La première opération de fusion a lieu sous le vide; on soumet ensuite la masse encore plastique à une forte compression pour en chasser les dernières bulles. Le même procédé a été employé dès 1913 par l'ingénieur allemand Hugo Helberger [1] et une mise au point historique rappelant les travaux et les brevets de cet ingénieur a paru en août 1924 dans la *Physikalische Zeitschrift* sous la signature de M. v. Schwarz (p. 375).

Ces procédés présentent de très grandes difficultés de réalisation et expliquent facilement le prix élevé de la silice transparente.

Il est possible, et c'est le résultat que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, d'obtenir le verre de silice transparent dépourvu de bulles en procédant à la simple fusion au creuset de certains quartzites naturels présentant des caractères tout particuliers.

Les roches qui conviennent ont un aspect blanc mat et sont d'une très grande pureté. La moyenne de plusieurs analyses a donné 99,9 pour 100 de SiO^2 ce qui est sensiblement plus que le cristal de roche. L'examen microscopique d'une coupe montre que la roche est constituée par des éléments de mêmes dimensions moyennes engrenés très exactement les uns avec les autres sans l'interposition d'aucun ciment d'une texture différente,

(1) Brevet allemand 310134 du 10 décembre 1913.

ni d'aucune impureté. Les axes des cristaux élémentaires sont orientés d'une façon quelconque. Leur diamètre moyen est, pour l'échantillon étudié, d'environ $0^{mm},05$. Enfin, caractère tout à fait exceptionnel pour des roches de cette formation, il n'y a pas d'inclusions gazeuses.

L'ensemble de ces caractères : pureté, finesse et structure engrenée des éléments cristallins, absence de gaz occlus, explique bien le résultat obtenu. En fait, la tenue au feu de cette roche est extraordinaire ; des morceaux de plusieurs kilogrammes peuvent être chauffés jusqu'à fusion sans se briser ni se fissurer.

Il semble que ce résultat montre la voie à suivre pour la fabrication de la silice transparente dans des conditions industrielles de quantité et de prix de revient. Il faut remarquer toutefois que les quartzites présentant les caractères que nous avons définis sont nettement exceptionnels. Il est donc prudent d'attendre le développement des recherches entreprises avant de pouvoir considérer le problème comme complètement résolu.

CHIMIE. — *Sur l'emploi du glycogène dans la préparation des métaux colloïdaux*. Note de MM. **L. Hugounenq** et **J. Loiseleur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il est possible de généraliser l'ancienne pratique des colloïdes *protecteurs* ou *stabilisateurs* dans la préparation des métaux colloïdaux.

Il a déjà été établi que la micelle de certains colloïdes présente, selon leur signe, une adsorption élective pour l'un des ions dissociés d'un électrolyte. La méthode utilisant, par exemple, cette propriété au bénéfice du cation, consiste à former d'abord l'oxyde sur une micelle négative (glycogène, gomme arabique, etc.). Par action de réducteurs appropriés, le métal est réduit sur la surface même de la micelle, donc en bénéficiant de son état colloïdal, si la micelle support est restée stable pendant la réduction.

Le glycogène [1], entre autres, réalise parfaitement ce rôle de support, avec l'avantage d'être parfois lui-même réducteur, c'est-à-dire que certaines solutions glycogéniques d'oxydes (Au, Pt, Ro, Ag, Hg) se réduisent spontanément par simple ébullition et sans l'adjonction d'aucun autre

(1) On a décrit des combinaisons du glycogène et de certains sels (Ba, Pb, etc.), mais sans avoir déterminé leurs relations avec l'état colloïdal,

réducteur, vraisemblablement par suite de l'action hydrolysante des oxydes adsorbés, sur une fraction de la micelle support. Le glycogène permet d'obtenir ainsi à froid des oxydes colloïdaux de la plupart des métaux : Pt, Ro, Au, Ag, Hg, Bi, Fe, Ni, Mn, Zn, Cu, Co, Mg. Par ébullition ils forment spontanément des oxydes métalliques de Au, Pt, Pd, Hg, Ag, Ro.

Les colloïdes obtenus sont purifiés par dialyse, précipités et lavés à l'alcool et séchés dans le vide.

A titre d'exemple nous décrirons les colloïdes d'argent et de mercure sur le glycogène et de bismuth sur la gomme.

Colloïde glycogène + argent. — Dès l'addition de NO^3Ag à la solution alcaline de glycogène, la solution se colore en noir intense par formation d'oxyde d'argent colloïdal. On le purifie par précipitation à l'aide d'un mélange d'alcool et d'éther, dialyse, précipite par l'alcool et sèche dans le vide.

Le colloïde obtenu est instable en présence de HCl qui forme un floculat spongieux d'argent noir. Il décompose l'eau oxygénée en milieu légèrement alcalin.

Nous nous sommes assuré, avec des cultures d'*Aspergilus niger* sur liquide de Raulin, qu'à poids égal d'argent, le glycogène argentique est plus actif que le collargol.

Colloïde glycogène + mercure. — L'addition de nitrate mercureux à une solution glycogénique alcaline entraîne la formation d'oxyde de mercure colloïdal. Pour le réduire, il suffit de porter à l'ébullition. Le colloïde est stable et donne une solution brun clair.

Colloïde gomme + bismuth. — On ajoute une solution de nitrate de bismuth dans l'eau à la faveur de glycérine ou de sorbite, à une solution alcaline de gomme arabique : par chauffage, on obtient l'oxyde colloïdal. On réduit par ébullition avec un excès de glucose. On purifie par une série de précipitations à l'alcool et redissolution dans l'eau. Au point de vue de la solubilité, il y a intérêt à ne pas dépasser une teneur de 7 pour 100 de métal.

Nous avons étudié les propriétés thérapeutiques du Bi, à cet état, sur la syphilis. Si les accidents primitifs ont cédé par l'injection d'une quantité totale de $0^g,12$ de métal (par conséquent inférieure à celle employée dans les préparations courantes), les accidents tertiaires ont nécessité l'emploi d'une quantité de colloïde représentant sensiblement le même poids de métal que celui employé dans les autres préparations bismuthiques. L'emploi du Bi à cet état, dans le traitement de la syphilis, ne nous a donc pas semblé avoir grand intérêt.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydratation catalytique des vinylalcoylcarbinols.* Note de M. CHARLES PRÉVOST, présentée par M. Moureu.

Nous avons signalé, M. Lespieau et moi [1], l'obtention d'érythrène par déshydratation catalytique du méthylvinylcarbinol. Celle-ci, obtenue vers 340°, avec une alumine peu active, n'a jamais donné un rendement supérieur à 25 pour 100. Je me suis proposé d'améliorer la méthode, mais en m'adressant à l'éthylvinylcarbinol qui aurait l'avantage de conduire à un carbure liquide, le pentadiène 1.3. J'ai en effet obtenu ce carbure, et les meilleures conditions semblent être : *a.* alumine préparée par l'action du gaz carbonique sur un aluminate; *b.* température comprise entre 350° et 365°; *c.* vitesse de 60g à l'heure. Le rendement en pentadiène 1.3 est alors de 60 à 70 pour 100, si l'on a soin de renouveler souvent le catalyseur qui se fatigue assez vite.

On obtient simultanément :

1° Un alcool bouillant de 112° à 118°, vraisemblablement l'éthylvinylcarbinol n'ayant pas réagi, mélangé peut-être de son isomère le méthylpropénylcarbinol (25 à 35 pour 100 de l'alcool employé).

2° Vers 138°-139° quelques gouttes d'un alcool qui paraît identique au buténylcarbinol décrit par M. Delaby [2]. C'est un alcool primaire car son oxydation chromique fournit une aldéhyde sensible au réactif de Schiff et au nitrate d'argent ammoniacal.

3° Enfin des produits à points d'ébullition élevés (150-220°). Leurs réactions y indiquent comme probables les fonctions carbure et éther-oxyde non saturés (5 pour 100 environ de l'alcool employé).

Le pentadiène ainsi obtenu passe en majeure partie à 42°, point indiqué par divers auteurs. Bien qu'il soit connu, j'ai fait sur lui un certain nombre de réactions, moins pour l'identifier que pour me rendre compte de sa pureté. J'ai tout d'abord vérifié qu'il possédait les deux propriétés ci-dessous que je considère comme caractéristiques des carbures érythréniques.

a. Sa réfraction moléculaire ($n_D^{18} = 1,4280$, $d_4^{18} = 0,683$) présente une exaltation de 1,25 (moyenne pour les érythréniques connus : 1,36).

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 37, 1925, p. 710.

(2) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1899.

b. La molécule fixe à $-$ 20° deux atomes de brome avec décoloration instantanée et deux autres lentement à $+$ 20°.

J'ai dérivé de ce carbure : 1° Deux dibromures homologues de ceux décrits par M. Griner [1] (Eb. 70° et 88° sous 11mm) et la diacétine du glyeol dont le second est la dibromhydrine (Eb. 112°,5 sous 11mm).

2° Un tétrabromure solide (F. 114°,5) déjà connu et un tétrabromure liquide probablement mélangé d'isomères (Eb. 121°-125° sous 3mm) donnant une excellente analyse. Ces tétrabromures abandonnent 2 HBr à la soude alcoolique en quantité calculée pour donner le 2.3-dibromopentadiène 1.3 (Eb. 64°,5 sous 12mm), homologue du dibromoérythrène décrit par M. Lespieau et moi [2], et 4 HBr à la potasse alcoolique concentrée en excès pour former le diacétylénique CH^3C^4H caractérisé par l'analyse de son dérivé argentique. Tous ces corps ont donné d'excellentes analyses, et leurs propriétés établissent sans ambiguïté leur constitution en même temps que celle du carbure dont ils dérivent, et la pureté de celui-ci, car il fournit presque quantitativement certains d'entre eux.

J'ai cherché à généraliser la méthode, mais, dès l'homologue supérieur, j'ai rencontré de sérieuses difficultés. En gros les phénomènes sont les mêmes avec le propylvinylcarbinol (même rendement en carbures, produits de queue analogues), mais ici le carbure obtenu est complexe. Érythrénique presque en totalité, il bout mal; j'ai pu en isoler une portion bouillant à 77°-78°, et une bouillant à 80°,5-82°.

La première contient sans doute de l'hexadiène 1.3 attendu. En effet, la potasse alcoolique libère du mélange de tétrabromures obtenu en la saturant de brome deux carbures diacétyléniques : l'un vrai bouillant vers 80°, vraisemblablement $C^2H^5C^4H$, qui précipite les réactifs acétyléniques, l'autre $CH^3C^4CH^3$ cristallisé (F. 65°. Eb. 129°-130°) identique à celui décrit par M. Griner [3]. Il est ainsi établi que les deux hexadiènes 1.3 et 2.4 existaient dans cette fraction.

Quant à la portion 80°,5-82°, elle a mêmes constantes physiques que l'hexadiène 2.4 de Réif [4], donne le même tétrabromure solide (F. 183), le même dibromure (Eb. 94° sous 13mm). C'est l'hexadiène 2.4 à peu près pur.

Enfin le chlorure mercurique précipite les fractions de tête, accusant une quantité presque négligeable de carbure allénique.

---

(1) *Comptes rendus*, **117**, 1893, p. 554.

(2) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **37**, 1925, p. 706.

(3) *Ann. de Chim.*, 6e série, **26**, 1892, p. 354.

(4) *Berichte*, **41**, 1908, p. 2744.

Le butylvinylcarbinol se comporte de même; le carbure obtenu bout de 100° à 105°, et la fraction 104°-105° a mêmes constantes physiques que l'heptadiène 2.4 de Réif (*loc. cit.*).

Toutefois la potasse alcoolique libère des tétrabromures obtenus avec la totalité du carbure une très petite quantité du diacétylénique $C^3H^7C^4H$ caractérisé par l'analyse de son dérivé argentique, et un peu plus d'un carbure diacétylénique bisubstitué, bouillant vers 143°, point attendu pour $C^2H^5C^4CH^3$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude du π de sulfonation.* Note [1] de MM. **Ch. Courtot** et **J. Bonnet**, présentée par M. Ch. Moureu.

Lorsqu'on sulfone une molécule organique, par H^2SO^4, on a la réaction

$$\text{(I)} \qquad RH + H^2SO^4 = R-SO^3H + H^2O$$

formation de dérivé sulfoné et d'eau. L'eau dilue l'acide sulfurique et il arrive un moment où cet acide dilué est incapable de poursuivre la sulfonation. Regnault [2], dès 1837, a établi cette limite dans son étude sur la sulfonation de la naphtaline. La teneur centésimale en SO^3 de cet acide dilué est appelée depuis π de sulfonation, variable selon les molécules organiques. M. Guyot [3], dans son remarquable Mémoire de 1919, s'est affranchi de ce π, pour la sulfonation du benzène par exemple, en éliminant l'eau par un courant de vapeur de benzène. Dans ces conditions, tout l'acide sulfurique, quelle que soit sa teneur initiale en SO^3, est intégralement utilisé. Malheureusement, la méthode de Guyot, si élégante et si facile à appliquer aux molécules facilement volatiles, ne peut être utilisée pour les molécules peu volatiles et pour les molécules susceptibles de donner des dérivés sulfoniques isomères, suivant la température. On est alors obligé, dans ces cas, de recourir à la méthode classique, et par suite d'employer un excès d'autant plus grand d'acide que le π de la molécule considérée est plus élevé et que la teneur en SO^3 de l'acide qui sert à sulfoner est plus faible.

En effet, si nous considérons le SO^3 contenu dans la quantité x d'acide,

---

(1) Séance du 8 mars 1926.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 65, 1837, p. 92.

(3) *Chimie et Industrie*, 2, 1919, p. 879.

strictement nécessaire pour monosulfoner une molécule organique, et si a est la teneur centésimale en SO^3 de cet acide, nous avons

$$(II) \quad \frac{xa}{100} = 80 + (x - 80)\frac{\pi}{100}, \qquad \text{d'où} \qquad (III) \quad x = \frac{80(100 - \pi)}{(a - \pi)}.$$

Si l'on sulfone au contraire avec SO^3 lui-même, l'eau de la réaction (I) n'apparaît plus; la sulfonation est alors un processus d'addition. Elle peut être conduite avec la quantité théorique de SO^3. Mais, en réalité, SO^3 réagit si vivement dans la plupart des cas, qu'à côté de peu de dérivé sulfoné cherché, on obtient surtout des sulfones, des produits d'oxydation et des résines.

En dissolvant la molécule organique dans le chloroforme par exemple [1], et en introduisant peu à peu SO^3, sous bonne agitation et à température sensiblement constante et basse (de 0 à 10°), on arrive à former les dérivés sulfonés, sans provoquer de réaction secondaire sensible. Nous avons étudié de cette façon la monosulfonation du benzène, du toluène, du chlorobenzène, de la naphtaline. Nous obtenons avec des rendements excellents le dérivé monosulfoné, souillé de faibles quantités de sulfone, d'autant plus faibles que la température est plus basse, et en utilisant la quantité strictement théorique de SO^3 comme le veut l'équation (III) puisque $a = 100$.

Cependant, si nous passons à la bisulfonation de la naphtaline, par exemple, le phénomène se complique.

En bisulfonant avec la quantité théorique de SO^3, le rendement n'est que de 41 pour 100. Avec 3^{mol} de SO^3 pour une de $C^{10}H^8$, le rendement ne s'élève qu'à 50 pour 100 et ceci semble dû à la formation de produits d'addition entre molécule organique et SO^3, produits pressentis depuis longtemps et que Fierz appelle de deuxième zone (in zweiter sphäre) [2], mais dont l'existence jusqu'ici ne nous paraît pas avoir été démontrée.

Or, lorsque nous introduisons SO^2 dans une solution chloroformique de naphtaline, nous obtenons, dans une première phase, le dérivé monosulfoné avec un rendement de 88 pour 100; l'introduction ultérieure de SO^3 provoque la précipitation, au sein du chloroforme anhydre, d'un produit blanchâtre, dont la quantité augmente au fur et à mesure de l'arrivée de SO^3, que nous limitons, comme dit, à 3^{mol} pour 1^{mol} de $C^{10}H^8$. Nous essorons ce précipité (I) à l'abri de l'air, le lavons avec du chloro-

---

(1) Le chloroforme à 0 — 10° n'est que très peu attaqué par SO^3. On peut du reste, le remplacer par un solvant convenable.

(2) *Helvetica chim. acta*, 3, 1920, p. 314.

forme anhydre (filtrat I) *qui a la propriété de dissoudre facilement* SO^3 *et l'acide naphtaline monosulfonique*, puis nous décomposons le précipité (I) par de la glace. Nous traitons la solution aqueuse par du carbonate de baryte (exempt de sulfate) jusqu'à réaction neutre, filtrons le précipité (II), le lavons plusieurs fois à l'eau chaude (filtrat II). Ce filtrat, analysé, nous donne de l'acide naphtaline disulfonique 1-5 avec un rendement de 50 pour 100. Mais, chose curieuse, le précipité (II) repris par HCl (exempt d'acide sulfurique), laisse un abondant dépôt, reconnu être du sulfate de baryte et en quantité correspondant à un peu plus d'une molécule de SO^3. Le chloroforme filtrat (I), contrairement à toute attente, renferme très peu de SO^3, mais surtout de l'acide naphtaline monosulfonique.

Il résulte de tout ceci que l'acide naphtaline disulfonique formé (insoluble dans le chloroforme comme nous nous en sommes rendu compte) fixe SO^3. Dans cette expérience, le rapport est de 1^{mol} de dérivé disulfoné à 2^{mol} de SO^3. C'est sans doute ce composé d'addition (précipité I), instable puisqu'il se scinde au contact de l'eau glacée en acide disulfonique et acide sulfurique, qui limite le rendement de la bisulfonation de la naphtaline à 50 pour 100 malgré un excès de SO^3. Ce complexe est du reste capable de céder, avec le temps, SO^3 à l'acide monosulfonique présent, puisque après 24 heures, toutes choses égales par ailleurs, le rendement en dérivé disulfoné atteint environ 65 pour 100 et que la quantité de SO^3 retrouvée dans le précipité (I) baisse en proportion correspondante.

Nous pouvons donc conclure que le π de sulfonation dépend, pour certaines molécules, uniquement de l'eau formée au cours de la sulfonation et, dans ce cas, nous pouvons sulfoner avec la quantité théorique de SO^3; mais, pour d'autres molécules, et la sulfonation de la monosulfonaphtaline en est un exemple, ce π dépendra et de l'eau formée et de SO^3 fixé labilement. Dans ce cas, la sulfonation intégrale avec SO^3 ne sera possible qu'en tenant compte du SO^3 fixé par le complexe d'addition ou en prolongeant le contact de façon à ce que SO^3 fixé labilement, se transforme en groupe sulfonique, par un changement de l'équilibre.

Nous avons rencontré des complexes également avec l'anthraquinone, l'un de formule anthraquinone + SO^3 et l'autre anthraquinone + 2 SO^3 et nous poursuivons cette étude.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un nouvel enregistreur de température et de pression pour l'étude de la haute atmosphère.* Note de MM. E. **Delcambre**, **P. Idrac** et **F. Geoffre**, présentée par M. Deslandres.

En raison de la grande importance que présente au point de vue des prévisions météorologiques la répartition de la température jusqu'à 7 ou 8^{km} de hauteur, il a paru intéressant de construire un appareil de poids maximum de 60^{g}, facile à fabriquer en série, présentant une grande simplicité de tarage et de dépouillement et pouvant être enlevé par les ballons-pilotes employés couramment dans les postes de sondage ordinaires.

La solution de ce problème, en rendant plus économiques les sondages, devait permettre de les multiplier et de donner des renseignements intéressants pour la Météorologie dynamique.

Cet enregistreur, dont le principe s'inspire du fort ingénieux appareil Dines [1], se compose d'un thermomètre bilame T, formé de deux lamelles métalliques de dilatation très différente, entièrement soudées l'une à l'autre et enroulées en cylindre. Ce thermomètre, à la fois sensible et puissant, entraîne, sous l'influence des variations de température, une plaque enfumée P dans le sens de la flèche f. D'autre part, un style S est entraîné par une coquille barométrique Bourdon B dans le sens de la flèche f' par l'intermédiaire d'un système de levier O.

On obtient ainsi une courbe donnant les températures en fonction des pressions. Dans cet appareil, le millimètre correspond en moyenne à 3° de température et à 25 millibars de pression.

Le dépouillement se fait facilement en plaçant d'une manière convenable sur la plaque un transparent portant un réseau gradué formé par les courbes d'égale pression et d'égale température. Enfin l'appareil est assez léger (55-60^{g}) pour ne pas modifier sensiblement la vitesse d'ascension des ballons-pilotes.

Des comparaisons faites au cours d'ascensions de ballons-sondes portant des enregistreurs de Teisserenc de Bort et les nouveaux appareils, ont

---

[1] L'appareil de Dines a été réalisé en Angleterre où il est employé à l'Observatoire de Kew. Mais en raison de la faible course du style inscripteur un degré de température est représenté sur la place inscriptrice par $\frac{1}{70}$ de millimètre et, quoique l'instrument soit très précis, les opérations de tarage et de dépouillement en sont compliquées.

montré que l'instrument suit et transcrit très fidèlement toutes les variations de température au cours de l'ascension. Il permet, sans complication de tarage, d'avoir la température de l'air, au cours de l'ascension, à moins d'un degré près pour les régions de l'atmosphère dont l'altitude est inférieure à 8000^{m}, c'est-à-dire celles où se manifestent le plus grand nombre des mouvements de l'atmosphère qui intéressent la météorologie dynamique.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Aimantation de basaltes groenlandais.* Note de M. **P.-L. Mercanton.**

Les laves volcaniques prennent, comme on sait, lors de leurs consolidation et refroidissement dans le champ magnétique local une aimantation rémanente, dont la direction et le sens correspondent à celles du champ. Cette aimantation est très stable et les recherches de Tolgheraiter, Brunhes et David, Mercanton, Chevallier, etc., ont prouvé que des échantillons de lave judicieusement choisis et correctement repérés sur ce terrain, témoignaient exactement et durablement de la direction du champ terrestre qui les aimanta jadis.

L'étude systématique des laves peut donc servir à établir l'histoire du magnétisme terrestre. Son intérêt est particulièrement grand quand l'examen magnétique de la matière révèle un sens de l'inclinaison du champ ancien inverse de celui du champ actuel.

Bernard Brunhes a signalé naguère une telle inversion pour Pontfarein (Cantal). Des diabases recueillies dans l'Isfjord du Spitsberg en 1910 m'avaient fourni des indications du même genre mais insuffisamment sûres encore. Je viens d'avoir la fortune de retrouver une telle inversion mais sans équivoque cette fois-ci, dans des prélèvements opérés à ma demande par le personnel de la Station arctique danoise, à Godhavn (île Disco, Groenland W) en 1914. Il s'agit de fragments d'une coulée tertiaire, coupée par le cassion de la Röd-Elv, et formant, à la côte, le soubassement du Skarvefjeld. Les blocs ont été repérés *in situ* puis détachés de la coulée à la faveur de leurs diaclases. La substance en est très homogène. Des quatre échantillons trois ont été soumis sans préparation à l'examen magnétométrique. Le quatrième a été scié en cube très bien ajusté, de 5^{cm},5 d'arête. Tous quatre, les blocs ont manifesté une polarité très accusée, boréale pour leur surface supérieure, australe pour l'inférieure.

Le cube présenté dans 24 positions au système magnétométrique a donné pour chaque face des indications nettes et peu divergentes dont le résultat a été : Inclinaison australe 53° pour le champ terrestre de la consolidation.

Pour comparaison j'ai étudié pareillement un cube de $3^{cm},5$ taillé dans une coulée récente de la Baie Jameson, à Jan Magen, et de basalte franc aussi. L'inclinaison a été : Boréale 81°, soit conforme à l'actuelle.

Ces valeurs numériques peuvent être erronées, mais de 1 à 2° seulement (imprécision de la verticalité du repérage); le sens du champ ne souffre pas d'indécision. La doctrine de la dérivée des continents (Wegener) en faisant entrevoir la possibilité de larges déplacements des pôles magnétiques terrestres, accentue l'intérêt de nouvelles recherches sur l'aimantation des anciennes coulées de laves.

BOTANIQUE. — *Sur l'existence d'un dispositif fonctionnel remarquable dans les orifices des cribles libériens.* Note de M. G. **Mangenot**, présentée par M. L. Mangin.

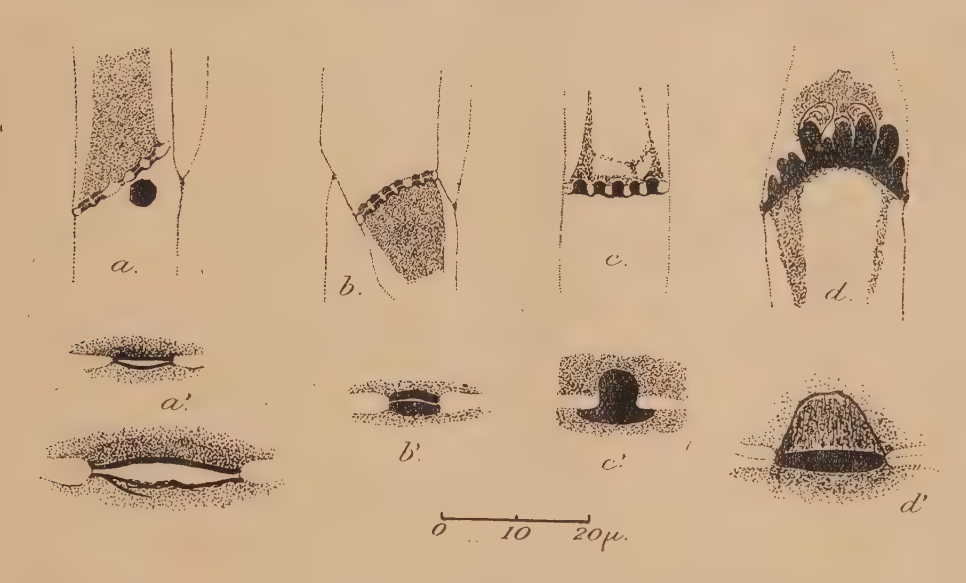
De récentes recherches (¹) ont fait connaître l'existence, dans l'appareil sporogène des Algues Floridées, organe délivrant aux carpospores les matériaux nutritifs indispensables à leur prolifération, d'un dispositif fonctionnel remarquable et imprévu. L'hypothèse fut alors émise que les tubes criblés des Végétaux vasculaires, organes assurant la circulation de la sève élaborée, donc une fonction comparable à celle du placenta floridéen, pourraient présenter un dispositif également comparable. De nouvelles recherches ont démontré l'exactitude de cette hypothèse.

Le dessin annexe représente, groupés en deux séries superposées, en haut des aspects de cribles en période d'activité fonctionnelle, en bas les images déjà connues, de plasmodesmes appartenant à des placentas floridéens. La ressemblance est frappante entre chacun des multiples orifices d'un crible et le plasmodesme placentaire figuré au-dessous.

En *a'* (*Griffithsia corallina*), les deux orifices intercellulaires, dont l'un, plus volumineux, aide à comprendre l'autre, présentent chacun le couple déjà décrit (¹) de membranes limitantes, intensément colorées par l'héma-

(¹) G. Mangenot, *Sur les communications protoplasmiques dans l'appareil placentaire des quelques Floridées* (*Revue algologique*, I, 1924, p. 376-421, III pl.).

toxyline ferrique. En *a* (crible *d'Urtica dioica*), chaque perforation possède une paire, très analogue, mais plus petite, de membranes sidérophiles. En *b'* (*Nitophyllum laceratum*), les deux plateaux du plasmodesme sont très sensiblement gonflés : ce ne sont plus des membranes, mais des coussinets. Le type des couples occupant chaque orifice du crible figuré en *b* (*Vitis vinifera*) est absolument comparable. En *c* (*Nitophyllum Hilliæ*), le plas-



modesme est occupé par une production d'apparence homogène, sorte de bouchon serré dans l'orifice ou encore de goutte visqueuse s'écoulant avec lenteur par ce dernier. L'aspect est identique dans chacun des trous du crible *c* (*Bryonia dioica*) ; mais ici le duplicisme des membranes sidérophiles est encore indiqué, à l'état de vestige, dans l'une d'entre elles (la première à gauche). En *d'* enfin, la communication intercellulaire, très large, semble obturée par une production conique, fortement colorée, profondément invaginée dans le cytoplasma de la cellule supérieure (*Heterosiphonia coccinea*). En *d* (*Bryonia dioica*), à chaque orifice du crible (ce dernier masqué ici par l'abondance de substance colorable), est appendu une sorte de sac allongé, très coloré. Cette figure et les deux précédentes (*b* et *c*) répondent au phénomène, bien observé par Lecomte, de « boutons muqueux » insinués dans les pores des cribles; on considère sans conteste que ces boutons sont des gouttes manifestant le passage, d'un tube à l'autre, par suintement à travers les orifices du crible, de la substance muqueuse. La connaissance des dispositifs existant dans le placenta des

Algues rouges conduit à une tout autre interprétation de ces curieux aspects ?

L'étude des dispositifs signalés dans cette Note est certes loin d'être terminée. Dès maintenant, un fait est acquis. Dans le placenta des Floridées, comme dans le tube criblé des Dicotylédones, la sève élaborée, liquide riche en substances organiques, circule par des plasmodesmes et doit y traverser les deux membranes, séparées ou coalescentes, qui, dans chacun de ces derniers, limitent les protoplastes en contact. Le rôle de ces membranes, condensations locales du cytoplasma, dans la circulation de la sève, est évidemment essentiel; leur existence et leurs modalités sont donc l'expression morphologique imprévue d'une importante fonction cellulaire.

Il semble utile d'attribuer à ces membranes un nom plus caractéristique de leurs propriétés essentielles que les désignations descriptives utilisées jusqu'ici. Le terme *synapse* joint à l'avantage d'être expressif celui de n'être pas nouveau : les physiologistes appellent synapse cette région — dont la structure, d'ailleurs, est inconnue — de discontinuité anatomique, mais de continuité fonctionnelle par laquelle se touchent les neurones. Les couples sidérophiles, assurant le contact et la jonction fonctionnelle de deux cellules voisines, constituent bien des synapses, mais des synapses traversés par un flux nourricier, non par un influx nerveux. Du moins tel sera présentement le contenu de cette notion. Dans l'avenir, en effet, peut-être les synapses trophiques des Végétaux seront-ils envisagés comme jouant aussi un rôle dans certaines de ces réactions à distance, souvent considérées comme relevant de phénomènes osmotiques, mais dont la propagation extrêmement rapide reste encore mal expliquée.

AGRONOMIE. — *Mesure de la force de succion du sol pour l'eau.* Note de M. V.-G. Korneff, présentée par M. G. André.

On sait que la terre arable attire l'eau avec d'autant plus d'avidité qu'elle est plus sèche et plus argileuse. Cette notion qualitative peut être utilement transformée en une mesure précise de la force de succion du sol pour l'eau [1].

---

(1) *La force de succion des sols* (*Zhurnal opitnoi agron.*, Journal russe d'agronomie, 22, 1921-1923, p. 105; *Soil Science*, 17, 1924, p. 428).

Si l'on tasse de la terre autour d'un récipient poreux (bougie Chamberland), préalablement rempli d'eau et suintant, la paroi perméable à l'eau, mais en cet état imperméable à l'air, fournit de l'eau au sol jusqu'à la réalisation d'un état d'équilibre. Si, dès le début, sur le récipient poreux est mastiqué un réservoir étanche plein d'eau relié à un manomètre à mercure, on constate après un certain nombre d'heures une dépression manométrique qui, pour un sol argileux sec, atteint aisément 60^{cm} de mercure, mais qui s'annule dans le cas d'un milieu sableux formé de grains ayant 1 à 2^{mm} de diamètre.

La force de succion ainsi mesurée comprend la force d'ascension capillaire dans les vides du sol ainsi que l'attraction exercée par les éléments colloïdaux susceptibles de gonflement. Elle est d'autant plus grande que le sol est plus sec et croît plus rapidement lorsque toute humidité capillaire a disparu.

L'alimentation des plantes est assurée dans les meilleures conditions au voisinage du point de début de l'humidité capillaire; les racines absorbent aisément l'eau et l'air qui leur sont nécessaires, et les microorganismes aérobies du sol trouvent alors les conditions les plus favorables à leur activité.

Lorsqu'on a établi, pour un sol donné, une représentation graphique de la force de succion en fonction de l'humidité pour 100, on peut à tout instant, par une lecture manométrique, connaître le taux d'humidité du sol, même à distance. D'autre part, il est possible d'obtenir le réglage automatique de l'humidité de ce sol par l'ascension de l'eau aspirée d'un réservoir ouvert à l'air libre, réservoir disposé à un niveau inférieur et que l'on élèvera ou abaissera pour augmenter ou diminuer l'humidité du sol (cas des cultures expérimentales notamment).

On est ainsi en mesure de constater la consommation d'eau évaporée par un sol nu ou porteur de plantes dans les conditions expérimentales les plus diverses et d'apporter plus de précision et de sécurité, à la fois dans la technique expérimentale de l'étude du sol et de la physiologie végétale.

Enfin l'irrigation par succion permet de réaliser au niveau des racines des plantes l'optimum d'humidité dans un sol dont la surface demeure sèche et ameublie; ce qui évite le gaspillage d'eau par évaporation, le refroidissement correspondant, et l'altération de la texture physique du sol accompagnant toujours l'arrosage superficiel.

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Sur l'action du rayonnement des corps radioactifs sur les perlules végétales.* Note [1] de MM. **C. Rouppert** et **H. Jedrzejowski**, présentée par M. L. Mangin.

Dans une monographie publiée en 1918, l'un de nous [1] a constaté dans les perlules des Phanérogames la présence constante d'une quantité considérable de cations de potassium. Il a été établi en outre qu'une grande quantité de plantes produit, dans l'atmosphère chaude et humide des serres du Jardin des Plantes à Paris, des perlules [2]. Dans un travail qui vient de paraître dans le *Bulletin international de l'Académie polonaise des Sciences*, en 1926, M. Lukaszewicz a dosé la quantité de potassium dans les perlules et il a découvert la présence des anions de Cl.

Frappés par le travail de Nadson et Zolkevic [3] sur l'antagonisme du potassium vis-à-vis de l'influence nocive des substances radioactives sur les protoplastes animaux, nous nous sommes proposé d'étudier cet antagonisme dans les tissus végétaux. Les perlules nous ont paru prédestinées pour ce genre d'étude grâce à la présence constante dans leurs protoplastes du potassium pur, sans aucune trace de chaux et d'autres cations.

Nous avons expérimenté avec des feuilles de *Piper Ficadatsura*, provenant des serres du Muséum d'Histoire naturelle, couvertes à leur face inférieure de nombreuses perlules unicellulaires, et avec des jeunes pousses de *Leea coccinea*. Nous pouvons signaler deux séries d'expériences :

Première série. — Des morceaux de feuilles de *Piper* étaient placés dans deux tubes de verre de volume 16^{cm^3}; l'un était rempli d'émanation de radium d'environ 15 millicuries, alors soumis à l'action de rayons α, β, γ d'émanation et de dépôt actif (a), l'autre de 3 millicuries (b). La durée d'expérience était dans ces deux cas de 18 heures. Dans la série a, les morceaux de feuilles et les perlules de *Piper* ont été tués par l'émanation, mais par contre les perlules pluricellulaires (émergences) de *Leea* sont

---

(1) Séance du 22 mars 1926.

(2) Rouppert, *Gruczoly perelkowe* (*Rozprawy Akad. Um. Kraków*, 58, B, 1918, p. 1-40).

(3) Rouppert, *Observations sur les perlules*, p. 102, et *Supplément*, p. 153; *Bulletin du Muséum d'Hist. nat.*, 32, 1926 (sous presse), Paris.

(4) *Kalium als Antagonist der Röntgenstrahlen und des Radiums* (*Biochemische Ztschr.*, 163, 1925, p. 457-463), Berlin.

restées vivantes; dans la série *b* toutes les perlules sont restées vivantes soit que les tissus sous-jacents des feuilles soient morts ou non.

Deuxième série. — Des morceaux de feuilles de *Piper* étaient placés dans une boîte de Petri et soumises à l'action immédiate d'un tube capillaire mince de verre, contenant au commencement de l'expérience 6,8 millicuries d'émanation du radium aux rayons β et γ. La durée de cette expérience a été aussi 18 heures. La partie du limbe se trouvant en contact immédiat avec le tube radioactif a été tuée ensemble avec ses perlules; le reste du limbe avec ses perlules est resté intact. Le dispositif dans la boîte de Petri reste le même, le même tube capillaire radioactif est placé deux fois successivement sur des nouveaux morceaux de feuilles de *Piper*, chaque fois durant 18 heures.

Cette expérience nous a permis d'établir le temps nécessaire pour la réussite de notre recherche : les portions du limbe se trouvant en contact immédiat avec le tube radioactif étaient tuées, tandis que leurs perlules restaient turgescentes et intactes; ce fait est d'autant plus frappant, que les perlules étaient plus proches du tube que leurs tissus sous-jacents.

Nous nous croyons autorisés à juger, que la conservation des perlules traitées par l'émanation dans la dernière série d'expériences est due à la présence de cations de potassium dans leur protoplastes. Ce résultat nous semble confirmer l'idée de Nadson et Zolkevic : l'action antagoniste du potassium vis-à-vis de l'influence nocive d'émanation du radium sur les protoplastes. Il nous paraît évident, en outre, que les perlules de *Piper* et des autres plantes représentent un substrat particulièrement favorable à ce genre d'études, précisément grâce au contenu du potassium pur dans leurs protoplastes.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la recherche de l'aspéruloside dans les végétaux. Extraction de ce glucoside du* Galium Aparine *L.* Note de M. **H. Hérissey.**

J'ai publié l'année dernière les résultats de recherches qui ont abouti à extraire de l'Aspérule odorante *Asperula odorata* L., d'un glucoside nouveau, auquel j'ai donné le nom d'*aspéruloside* et dont j'ai décrit un certain nombre de propriétés physiques et chimiques (¹). J'ai montré en par-

(¹) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1695; *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1925, p. 1009; *Journ. de Pharm. et de Chim.*, 8e série, 2, 1925, p. 177.

ticulier que l'hydrolyse de l'aspéruloside, sous l'influence de l'acide sulfurique dilué à l'ébullition, donne lieu, en dehors de la mise en liberté de sucre réducteur, à la formation d'un volumineux précipité de couleur foncée, noir vert, insoluble dans l'eau, qui rappelle beaucoup celui que fournit, dans les mêmes conditions, l'aucubine (aucuboside), glucoside de l'*Aucuba japonica* L.; une belle couleur verte de la liqueur d'hydrolyse, disparaissant ensuite, précède l'apparition du précipité.

On conçoit que l'hydrolyse acide, par suite de ces phénomènes si caractéristiques, puisse constituer précisément un moyen de recherche facile de l'aspéruloside chez les végétaux. Il s'agit là d'une réaction indicatrice de la plus grande valeur, qui ne saurait valablement être considérée comme spécifique de l'aspéruloside, — d'autres glucosides encore inconnus pouvant la fournir, — mais dont le résultat négatif démontre d'une façon absolue l'absence d'aspéruloside dans le végétal examiné et exclut ainsi la nécessité de recherches d'extraction, toujours longues et pénibles.

J'ai appliqué cette réaction de recherche de l'aspéruloside, par l'hydrolyse acide, à un certain nombre de plantes de la famille des Rubiacées, dans des conditions dont le détail sera donné ailleurs.

Les espèces mentionnées ci-après m'ont fourni un résultat positif : *Rubia tinctorum* L., *R. peregrina* L., *Galium Cruciata* Scop., *G. verum* L., *G. Mollugo* L., *G. Aparine* L., *Asperula tinctoria* L., *Sherardia arvensis* L.

Sur ces indications, j'ai tenté l'extraction de l'aspéruloside des espèces du genre *Galium*. Après plusieurs tentatives infructueuses qui peuvent tenir à ce que l'aspéruloside, — s'il se trouve dans les *Galium*, — y est certainement accompagné d'autres glucosides dédoublables par l'émulsine, comme des recherches spéciales l'ont montré, j'ai enfin pu réussir à obtenir une petite quantité d'aspéruloside ($0^g,11$) en opérant sur des plantules jeunes de *Galium Aparine*, récoltées au début de novembre 1925, provenant de la germination de graines tombées de plantes ayant végété dans l'année sur le même terrain.

Bien que le produit extrait, obtenu sur amorce d'aspéruloside, n'ait pu être cristallisé à nouveau et fût très légèrement impur, les essais suivants permettent de l'identifier sûrement avec ce dernier glucoside :

Il fondait au bloc à 125-126°, exactement comme de l'aspéruloside extrait de l'aspérule odorante et comme son mélange avec celui-ci.

Le pouvoir rotatoire a été trouvé : $[\alpha]_D = -181°,6$ ($v = 10^{cm^3}$, $l = 2$, $p = 0^g,0688$, $\alpha = -2°30'$).

La solution aqueuse du produit ($0^g,688$ pour 100^{cm^3}) ne donnait que des traces douteuses de réduction avec la liqueur cupropotassique. Elle rédui-

sait au contraire abondamment cette dernière après hydrolyse par l'émulsine ou par l'acide sulfurique étendu et bouillant; après ce dernier traitement, la solution accusait une rotation de $+20'$ ($l=2$) (théorie pour l'aspéruloside pur : $+19'$). En outre, au cours des hydrolyses fermentaire et acide, on a observé les phénomènes de coloration et de précipitation que fournit, dans les mêmes conditions, une solution aqueuse d'aspéruloside pur.

Des expériences en cours tendent à démontrer la présence d'aspéruloside chez beaucoup d'autres espèces de Rubiacées que celles mentionnées dans le présent travail.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les propriétés physiques et chimiques de la rhodoxanthine.* Note de M. **Theodor Lipmaa**, présentée par M. Guignard.

La rhodoxanthine (pigment du groupe des carotines) que Tswett a découverte chez le *Thuja*, a été trouvée plus tard par Lubimenko chez les *Selaginella*, *Taxus*, *Potamogeton*, *Gnetum* et d'autres plantes. Monteverde et Lubimenko l'ont étudiée soigneusement, et, en se basant sur les caractères spectroscopiques et de solubilité, ils ont considéré la rhodoxanthine comme un isomère de la xanthophylle ($C^{40}H^{56}O^2$).

Dans mes recherches, je me suis servi, en outre des plantes indiquées ci-dessus, de différentes espèces de *Reseda*, *Juniperus*, *Cryptomeria*, *Chamaecyparis*, *Eremurus*, *Aloe*, *Casteria*, *Haworthia*, *Scirpus* et *Bulbine*, qui toutes contiennent de la rhodoxanthine.

Quand on isole les pigments foliaires par la méthode de Willstätter et Stoll, la rhodoxanthine et la xanthophylle se trouvent en solution commune dans l'alcool méthylique. Après différents essais, je suis arrivé à trouver deux nouvelles méthodes pour séparer ces deux carotinoïdes.

A. Une première méthode, dite du sulfure de carbone, est basée sur les différences de solubilité entre la rhodoxanthine et la xanthophylle dans le système CS^2 — CH^3OH. Cette méthode n'est pas de nature quantitative, néanmoins elle donne des résultats suffisants.

B. La séparation peut aussi s'exécuter par voie d'adsorption, et cette méthode est de nature quantitative. On constate que dans le système : éther de pétrole — $CaCO^3$, la rhodoxantine et la xanthophylle sont adsorbées ensemble, tandis que la carotine (Tswett l'a déjà montré) traverse la colonne de $CaCO^3$. La xanthophylle et la rhodoxanthine étant ensuite dissoutes dans CS^2, réagissent de la manière suivante : la xanthophylle est de nouveau adsorbée dans $CaCO^3$; la rhodoxanthine, au contraire, traverse la colonne et peut ainsi être séparée de la xanthophylle.

La rhodoxanthine m'a présenté les propriétés physiques et chimiques que voici :

1° Le spectre de cette substance (en CS^2) est très caractéristique. Dans la concentration dont je me suis servi, et avec une couche de 15mm, on observe une bande d'absorption étroite et nette (I) entre 652-642. Quand la couche diminue d'épaisseur, la bande (I) disparaît dans le rouge et l'on voit dans le vert et le violet deux bandes d'absorption très distinctes, 575-552 (II) et 530-515 (III), et une bande moins distincte (IV) dont le maximum d'absorption se trouve entre 490-480. Jusqu'à présent la bande (I) était demeurée inconnue, ce qui s'explique peut-être par la couche plus épaisse qu'elle réclame.

2° Les agrégats cristallins de la rhodoxanthine que j'avais isolés furent maintenus dans l'obscurité pendant deux mois; au bout de ce temps, les cristaux se retrouvèrent non altérés; ils avaient conservé leur teinte foncée. Ils ne possèdent donc aucune autoxydabilité, ou du moins celle-ci est faible.

3° J'ai réussi à obtenir une combinaison alcaline de la rhodoxanthine. Cette combinaison ne se forme que dans les solutions alcooliques concentrées des alcalis (KOH), et fut obtenue sous la forme d'un précipité noir verdâtre composé de cristaux réguliers (le plus souvent des cubes).

4° Dans le réactif de Molisch (20 pour 100 KOH dans 40 pour 100 d'alcool) la rhodoxanthine a une tout autre réaction que la xanthophylle. J'ai examiné 13 espèces de plantes (*Reseda*, *Haworthia*, *Gasteria*, *Aloe*, *Bulbine*, *Cryptomeria*, *Selaginella*, *Equisetum*). Dans tous les cas, il se forme (après un mois ou plus), dans les feuilles rouges qui toutes contiennent au moins trois carotinoïdes, deux sortes de cristaux, des jaunes et des rouges. En analysant les feuilles avec les méthodes décrites plus haut, j'ai toujours obtenu de la carotine et de la xanthophylle, mais jamais les fragments de feuilles ne contenaient de la rhodoxanthine. Donc la méthode de Molisch, excellente d'ailleurs, ne peut pas servir à faire cristalliser la rhodoxanthine.

Les propriétés physiques et chimiques comparées de la rhodoxanthine, et de la xanthophylle, peuvent se résumer ainsi :

Les cristaux de rhodoxanthine sont noirs, opaques par transparence; violet rouge brunâtre par réflexion, avec éclat métallique. Ceux de la xanthophylle sont d'un jaune brillant (Willstätter et Escher). Le spectre d'absorption du premier pigment présente quatre bandes, celui du second n'en présente que deux. La rhodoxanthine est plus soluble que la xanthophylle dans le sulfure de carbone et moins soluble qu'elle dans l'éther de pétrole. Sous l'action de l'acide sulfurique concentré, le premier pigment donne une coloration d'un bleu indigo, le second une coloration bleue. La rhodoxanthine donne des composés avec les alcalis, la xanthophylle n'en donne point. Enfin le premier pigment est faiblement oxydable, le second est d'une facile autoxydabilité.

Ces caractères montrent nettement que l'opinion de l'isomérie de la rhodoxanthine et de la xanthophylle n'est pas fondée. Il est très probable que la rhodoxanthine, de même que la fucoxanthine, représente un produit carotinoïde plus oxydé que la xanthophylle.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Un nouveau principe naturel des végétaux : l'acide allantoïque.* Note de M. R. Fosse, présentée par M. Émile Roux.

Des sucs végétaux (feuilles d'*Acer*, légumes verts de *Phaseolus*) produisent par court chauffage de l'urée et une substance donnant la même réaction colorée hydrazinique que le formol, l'acide glyoxylique et d'autres corps (¹).

1. *Ce phénomène dérive-t-il d'un composé glyoxylique de l'urée? L'allantoine, qui existe dans les feuilles d'Acer, est-elle cet uréide?*

Plusieurs arguments semblent *a priori* confirmer ces hypothèses : l'allantoïne a été découverte dans les feuilles de *Platane* et d'*Acer* par Schultze et Barbieri (²); ses produits d'hydrolyse, acide glyoxylique et urée, donnent, l'un la réaction colorée hydrazinique; l'autre une précipitation de xanthylurée par le xanthydrol.

Mais l'expérience montre que l'allantoïne en solution chauffée quelques minutes au bain-marie, ou conservée plusieurs jours à la température ordinaire, ne se comporte nullement comme le suc d'*érable*. Elle ne produit, en effet, dans ces conditions, ni urée, ni substances colorant le mélange hydrazinique. Pour provoquer l'apparition de ces deux réactions aussi rapidement aux dépens de l'allantoïne qu'en partant des feuilles d'*Acer*, il faut recourir à l'emploi d'un acide minéral.

2. Les expérience de L. J. Simon (³) établissant que l'acide allantoïque s'hydrolyse, même à froid, en produisant l'urée et l'acide glyoxylique, nous ont conduit à constater que, comme le suc d'*Acer* et de *Phaseolus*, une solution aqueuse très diluée d'acide allantoïque, chauffée, 5 minutes, au bain-marie bouillant, engendre l'urée et colore le réactif de Schryver.

3. *Identification de l'acide allantoïque.* — La méthode que nous avons instituée repose sur la formation d'un nouveau dérivé spécifique : l'*acide dixanthyl-allantoïque*, résultant de la condensation d'une molécule d'acide allantoïque et de deux molécules de xanthydrol, avec élimination de deux

(¹) R. Fosse, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 175; R. Fosse et A. Hieulle, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 637.

(²) Schultze et Barbieri, *Berichte*, 14, 1881, p. 1602.

(³) L.-J. Simon, *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 426.

molécules d'eau.

$$O\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH.NH.CO.NH.\underset{\displaystyle CO.OH}{CH}.NH.CO.NH.CH\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle O.$$

Analyses. — Trouvé pour 100 : C = 66,87; H = 5,00; N = 10,25; 10,26; 10,45; 10,44.

Théorie pour $C^{30}H^{24}O^6N^4$: C = 67,16; H = 4,47; N = 10,44.

4. Du légume vert du haricot ont été isolés et identifiés par l'analyse, sous la forme de leurs combinaisons xanthylées : l'*allantoïne*, dont la présence n'était pas connue dans ce végétal et l'*acide allantoïque*, qui n'avait pas encore été signalé jusqu'ici chez un seul être vivant.

5. *Identification de l'allantoïne dans le légume vert du* Phaseolus. — On épuise par l'alcool méthylique bouillant le précipité fourni par l'action du xanthydrol sur le suc d'expression, déféqué par l'acétate de plomb. Par concentration et refroidissement, on sépare une matière blanche, qui, dissoute dans le même solvant, s'en dépose en cristaux brillants, possédant la teneur en azote et toutes les propriétés de l'allantoïne xanthylée, décrite avec A. Hieulle ([1]).

Analyses. — Trouvé pour 100 : N = 15,97; 15,64.

Théorie pour $O\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH.NH.CO.NH.\underset{\displaystyle CO.NH}{CH.NH}\rangle CO + H^2O$: N = 15,73.

6. *Identification de l'acide allantoïque, obtenu en partant du légume vert du* Phaseolus. — Le suc d'expression de cette plante, cultivée aux environs de Lille, connue sous le nom de *pois de sucre*, déféqué par l'acétate de plomb et privé de plomb, prenait avec le réactif de Schryver une coloration très faible avant chauffage et très intense, au contraire, lorsqu'il avait été préalablement soumis, 5 minutes, à l'action du bain-marie bouillant. Le précipité obtenu par l'action du xanthydrol acétique, lavé, épuisé par l'alcool bouillant puis par la pyridine, cède à ce solvant une matière qui se dépose à l'état volumineux par refroidissement. Le corps est soumis à l'analyse

---

([1]) R. Fosse et A. Hieulle, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1719; 177, 1923, p. 199.

après une nouvelle cristallisation dans les mêmes conditions.

Analyses. — Trouvé pour 100 : N = 10,33; 10,46; 10,41.

Théorie pour $O\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle CH.NH.CO.NH.\underset{\displaystyle CO.OH}{\underset{|}{CH}}.NH.CO.NH.CH\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle O$: N = 10,44.

7. *L'acide allantoïque, ainsi identifié par l'analyse, existe-t-il réellement, tout formé dans la plante ?*

Ne dérive t-il pas, en partie ou en totalité, d'un autre principe également encore inconnu chez les êtres vivants ?

C'est le délicat problème que nous nous proposons de chercher à résoudre.

ENTOMOLOGIE. — *La torpeur hivernale obligatoire et ses manifestations diverses chez nos Moustiques indigènes.* Note de MM. **E. Roubaud** et **J. Colas-Belcour**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les phénomènes d'hibernation sont habituellement considérés chez les Moustiques comme des phénomènes banaux d'engourdissement liés à l'inclémence de la température.

Les recherches résumées ci-après montrent qu'en réalité le froid n'est que rarement l'agent d'une phase de repos forcé dans la vie des Moustiques; non seulement son action n'est le plus souvent pas nécessaire pour engendrer la torpeur, mais il est au contraire l'agent obligatoire d'une reprise normale des énergies. La suspension d'activité qui survient en hiver chez ces insectes rentre presque toujours dans le cadre complexe de ces phénomènes d'inertie biologique spontanée (asthénobiose) nécessitant la réactivation par le froid (athermobiose), tels qu'ils ont été précédemment définis par l'un de nous (1).

Rares paraissent être les espèces (homodynames) dont l'activité métabolique obéit constamment aux influences thermiques et dont toutes les générations sont également actives : *Theobaldia maculata* peut pondre en plein hiver, et ses larves se développent comme en été si la température est favorable. Le froid n'exerce sur ce Moustique qu'une suspension temporaire et

(1) E. Roubaud, *Bull. Biol. France et Belgique*, **56**, f. 4, 1922, p. 455, et *Annales de l'Institut Pasteur*, **37**, 1923, p. 627.

actuelle d'activité. A aucun stade, chez cette espèce, nous n'avons pu déceler de phase d'inertie biologique spontanée indépendante des abaissements thermiques.

Plus nombreuses paraissent les espèces (héthérodynames) affectées d'une façon régulière, cyclique et spontanée par un affaiblissement d'activité (asthénobiose) indépendant du froid. Ces espèces sont obligatoirement vouées à un mode d'hibernation constant pour chaque type de Moustiques et nécessaire pour leur réactivation.

A. Chez *Anopheles maculipennis* et *Culex pipiens*, l'asthénobiose se traduit par la stérilité prolongée des femelles d'arrière-saison. Ces hivernantes, quoique fécondées, demeurent obligatoirement inféconde, inaptes à mûrir leurs œufs pendant plusieurs mois, même à la chaleur. La reprise printanière de la ponte (réactivation des hivernantes) est garantie par un long séjour à température peu élevée.

D'après nos expériences d'éducation en série, chez *A. maculipennis* le cycle annuel ne comporte que deux générations : la première, issue des hivernantes est active; elle donne naissance à la génération inactive des hivernantes qui engraissent sans pouvoir pondre pendant les mois d'hiver.

B. Chez *A. plumbeus* (et sans doute *A. bifurcatus*), l'asthénobiose cyclique affecte les *larves* d'arrière-saison dont le développement, exagérément lent dès les premiers stades, se montre à peu près insensible à l'action de la chaleur. Réactivées après un long délai d'athermobiose, ces larves évoluent sans arrêt mais toujours très lentement (plusiers mois à l'étuve). Hivernantes obligatoires, elles sont nécessairement appelées à passer avant la nymphose les mois d'hiver.

C. Chez certains Moustiques, l'asthénobiose ne présente pas un caractère régulier cyclique. Son apparition est subordonnée à de curieuses influences actuelles de saison.

Finlaya geniculata peut hiverner par œufs d'hiver en condition d'anhydrobiose, qui éclosent au contact de l'eau. Si l'éclosion, tardive, permet aux larves d'évoluer à 18-20° sans subir l'action du froid, le développement complet se fait sans arrêt en 20-22 jours. Si l'éclosion a lieu en hiver, au-dessous de 15° C., les larves évoluent d'abord normalement, puis subissent, après la troisième mue, un ralentissement progressif de la croissance, suivi d'une diapause de plusieurs mois. Quand l'action du froid a été coupée de périodes de chaleur, la diapause larvaire peut être vaincue par l'action *prolongée* de la chaleur au quatrième stade. Si l'action du froid a été continue, la chaleur est alors impuissante à faire cesser la torpeur hivernale qu'elle accroît jusqu'à la mort; une athermobiose prolongée garantie seule la réactivation.

Dans cette espèce, l'asthénobiose larvaire se montre compensée au début et masquée par les effets réactivants de l'anhydrobiose au stade d'œuf;

mais le froid annule à son tour les effets réactivants de l'anhydrobiose; il déclanche à nouveau une torpeur que lui seul peut faire céder ([1]). La conservation hivernale de l'espèce est garantie par cette intervention complémentaire de phénomènes.

On peut penser que des recherches ultérieures multiplieront des exemples analogues d'asthénobiose chez les Moustiques des régions soumises à l'hiver.

PISCICULTURE. — *Sur le développement de la pisciculture truitière au Maroc.* Note de M. **Gruvel**, présentée par M. L. Mangin.

Depuis deux ans, nous cherchons, en plein accord avec l'Administration locale, à développer la culture des Salmonides au Maroc, dans la région du Moyen Atlas.

Un établissement de pisciculture, modeste à la vérité, a été établi sur nos plans, à Azrou; il contient 10 bassins d'alevinage isolés les uns des autres pour faciliter le nettoyage. L'eau provient d'une excellente source captée et se maintient, été comme hiver, à une température à peu près constante de 12 à 13° C.; elle est toujours claire et limpide, sans autre faune que des *Gammarus* de diverses espèces et une Planaire noire (*Polycelis felina* Dalyell). Un grand bassin, avec des fonds variant de $0^m,50$ à $2^m,50$, permet de recevoir les alevins destinés à être conservés pendant un certain temps à la station.

Enfin, un second bassin en ciment, plus vaste que le précédent, a été construit l'an dernier. Il est largement irrigué par un captage spécial et va nous permettre de conserver, à l'Établissement, pendant le temps nécessaire, les différents Salmonides destinés à la reproduction.

Il existe au Maroc deux espèces fort intéressantes pour la pisciculture : la truite commune, variété de la nôtre (*Truta fario* L., var. *macrostigma* A. Dum.) qui est excellente à tous points de vue, et une autre Salmonide qu'on a longtemps confondu avec l'Omble-Chevalier et dont Pellegrin a fait une espèce distincte sous le nom de *Salmo Pallaryi*, du nom du voyageur qui le lui a rapporté. Ce poisson qui est, peut-être, plus fin que la truite n'a été rencontré jusqu'ici que dans un seul lac, l'Aguelman Sidi-

([1]) Ces phénomènes sont comparables à ceux observés par Picard chez l'hyménoptère *Melittobia acasta* (*Bull. Biol. France et Belgique*, 57, f. 4, 1923, p. 469).

Ali, où il est connu depuis longtemps, par les pêcheurs de truites, nombreux au Maroc.

Dans la campagne piscicole de 1924-1925, qui a été la première, on n'a pu immerger que 5500 alevins de truites locales. De plus, l'Etablissement de Thonon a fait, sur notre demande, expédier à Azrou, par avion, des œufs de Truites ordinaires (*Trutta fario* L.) et de Truite arc-en-ciel (*Salmo iridens* Gib.). On a gardé des reproductions de ces deux espèces, dont la dernière ne sera immergée que dans des cours d'eau ou lacs fermés, où la truite ordinaire ne pourrait se développer, à cause de la température trop élevée de l'eau. Elle y remplacera le Barbeau, dont on rencontre de nombreuses espèces et qui est peu intéressant.

La campagne actuelle (1925-1926) se présente dans les meilleures conditions de réussite, puisqu'il existe, actuellement, à la station, en parfait état, près de soixante-douze mille (72000) alevins. Environ 11000 œufs ont été placés directement en rivières, dans des pisciculteurs Carajat. Leur éclosion se poursuit dans les meilleures conditions.

Enfin, près de 5000 œufs de truites marocaines ont été envoyés d'Azrou à divers établissements et stations.

Nous espérons, à la fin de cette année, pouvoir obtenir des œufs de la Truite-omble, espèce qu'il sera intéressant de multiplier dans les lacs du Moyen et du Haut-Atlas où les conditions biologiques indispensables à son développement se trouveront réalisées, ainsi que dans nos lacs alpins d'altitude, par l'envoi d'œufs fécondés en France. Nous espérons ainsi que, dans quelques années, tous les cours d'eau et lacs d'altitude du Maroc seront peuplés d'excellents Salmonides et que les efforts de l'Administration donneront à certains industriels marocains l'heureuse idée de créer, dans ces régions, des établissements industriels de pisciculture qui seront particulièrement intéressants.

MÉDECINE. — I. *Coloration simple et rapide du Tréponème de la syphilis dans les frottis*. II. *Chromophilie comparée des Spirochètes*. Note de M. J. Sabrazès, présentée par M. H. Vincent.

I. Nous avons constaté que le *Tréponème de la syphilis*, chromophobe à l'égard du bleu de méthylène, se laisse colorer, surtout à chaud, par la fuchsine phéniquée de Ziehl. Voici comment nous opérons :

La sérosité à peine rosée d'un chancre induré dont les bords, après nettoyage à l'eau bouillie, ont été sacrifiés superficiellement, est étalée sur des lames parfaitement dégraissées, en couche excessivement mince, à l'aide d'une effilure de pipette. On sèche par agitation à l'air libre. On passe lentement trois fois dans une flamme la face non chargée de la lame. On répand aussitôt sur le frottis de grosses gouttes de fuchsine phéniquée de Ziehl non diluée. On chauffe au-dessus d'un bec Bunsen brûlant en veilleuse jusqu'à légère émission de vapeurs; on retire de la flamme un instant; on chauffe à nouveau pour cesser quand la vapeur reparaît; on recommence ainsi trois fois. Éviter l'ébullition et le retrait de la nappe de colorant. Plonger alors la lame dans l'eau où, sans trop la remuer, on la débarrasse de l'excès de colorant. Sécher à l'air. Monter sous lamelle dans l'huile de cèdre. Ce procédé diffère de tous ceux qui utilisent la fuchsine après divers fixateurs ou à la suite des imprégnations argentiques. Il offre toute sécurité; il permet, en deux minutes, de colorer le Tréponème de la syphilis qui apparaît en rouge, nettement, et n'a pas subi de notables déformations.

II. *La chromophilie comparée des Spirochètes peut servir à leur diagnose.* — A côté des procédés de coloration qui les mettent tous en évidence, tels que ceux de Giemsa, Fontana-Tribondeau, Ziehl à chaud après fixation par la chaleur, nous employons, comme méthodes de dépistage et de comparaison dans les affinités colorantes de ces germes, les moyens suivants : sur frottis très peu chargé et homogène, venant d'être desséché par agitation, nous laissons tomber une lamelle chargée, en son milieu, d'une gouttelette de la solution colorante : nous utilisons parallèlement la solution aqueuse de bleu de méthylène à 1 pour 500, le bleu de toluidine phéniqué, à 1 pour 100, la fuchsine phéniquée diluée au tiers.

Nous avons constaté les particularités suivantes :

Treponema Schaudinn de la syphilis est chromophobe à l'égard du bleu de méthylène à 1 pour 100 et du bleu de toluidine phéniqué; il se laisse colorer par le liquide de Ziehl réchauffé.

Spirochæta ictero-hemorragiæ est très faiblement colorable par les bleus; il prend le Ziehl nettement à froid.

Spirochæta gallinarum est très avide des bleus et du Ziehl; de même *Spirochæta Duttoni* et les divers autres spécimens de *Spirochètes de la fièvre récurrente*. On peut ainsi, sans difficulté, les révéler sur des frottis de sang desséchés, non fixés.

Les *Spirochètes de la bronchite sanglante de Castellani* sont très chromophiles pour les bleus et pour le Ziehl. Les *Spirochètes et les bacilles fusiformes de Vincent* se comportent exactement de la même façon.

Les divers Spirochètes de la bouche et du sillon balano-préputial sont

également avides de tous ces colorants. Se comportent identiquement les Spirochètes rencontrés par nous dans l'intestin des typhiques et dans la péritonite par perforation chez ces malades.

On peut, sur une grande lamelle, déposer, à distance l'une de l'autre, des gouttelettes de ces divers colorants, la renverser sur le frottis et, en prolongeant l'observation, comparer la chromophilie des spirochètes qui peuvent se trouver dans la préparation.

La séance est levée à 16 heures.

E. P.